

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۷

جمعه ۱۴۰۱/۱۲/۱۹



# آزمون‌های سرانسرک گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

### پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد کل سؤالات: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳



## حسابان (۱)

۱- اگر  $x > 9$  و  $f(x) = \log_3(x^2 - 9x)$  و وارون تابع  $f(x)$  به صورت  $f^{-1}(x) = \sqrt{3^x + a} + b$  باشد، حاصل  $a \times b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{729}{8}$  (۲)  $\frac{129}{8}$  (۳)  $-\frac{729}{8}$  (۴)  $-\frac{129}{8}$

۲- اگر حاصل  $(\log \sin 10^\circ + \log \sin 50^\circ + \log \sin 70^\circ) - (\log \cos 80^\circ + \log \cos 40^\circ + \log \cos 20^\circ)$  برابر  $k$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟ (واحدها درجه اند.)

- (۱) صفر (۲) ۱۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱

۳- اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $[\sqrt{n^2 + 6n + 5}] = A$  باشد، حاصل  $\log_{n^2 + 6n^2 + 12n + 8} A$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

۴- اگر  $k = \frac{\sin 2215^\circ + \cos 1045^\circ}{\tan 1135^\circ}$  باشد، حاصل  $\tan 415^\circ$  کدام است؟ (واحدها درجه اند.)

- (۱)  $\frac{\sqrt{4-k^2}}{k^2}$  (۲)  $\frac{k^2}{\sqrt{4-k^2}}$  (۳)  $\frac{k}{\sqrt{4-k^2}}$  (۴)  $\frac{\sqrt{4-k^2}}{k}$

۵- اگر  $\frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = 2$  باشد، حاصل  $\frac{\tan(\frac{7\pi}{2} - x) - \cot(3\pi - x)}{\sin(x - \frac{5\pi}{2})}$  کدام است؟ ( $x$  در ناحیه اول مثلثاتی قرار دارد.)

- (۱)  $\frac{2\sqrt{58}}{7}$  (۲)  $-\frac{2\sqrt{58}}{7}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{58}}{7}$  (۴)  $-\frac{3\sqrt{58}}{7}$

۶- اگر  $\tan(A) \times \tan(\frac{\pi}{6} + A) = 1$  باشد، آن گاه  $A$  کدام گزینه می تواند باشد؟ ( $\hat{A}$  حاده است.)

- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $3\pi$  (۳)  $\pi$  (۴)  $2\pi$

۷- اگر  $f(x) = x^2 - x - 2$  و  $g(x) = \sin(\frac{13\pi}{4} - x) + \sin(\frac{17\pi}{4} + x)$  آن گاه معادله  $f(g(x)) = 0$  در بازه  $[0, \pi]$  دارای چند جواب است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴) ۱

۸- اگر  $f(x) = [x]$  و  $g(x) = \sin x$ ، برد تابع  $f(g(x))$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) بی شمار (۲) یک (۳) دو (۴) سه

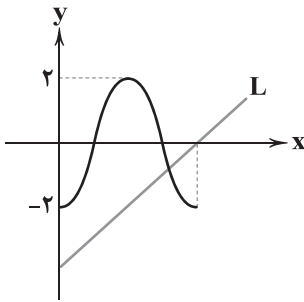
۹- تابع  $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{4})$  و خط  $y = -\frac{\sqrt{2}}{4}$  در فاصله  $[0, 2\pi]$  در چند نقطه متقاطع هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۱۰- اگر نمودار تابع  $f(x) = a \sin(\frac{\pi}{4} - bx)$  به صورت زیر و معادله خط  $L$  به صورت  $y = \frac{6}{\pi}x - 4$  باشد، حاصل  $a \times b$  کدام است؟



-۶ (۱)

۶ (۲)

۳ (۳)

-۳ (۴)

### آمار و احتمال

۱۱- در خانواده‌ای با ۷ فرزند، اگر فرزند اول و آخر پسر باشد، با چه احتمالی تعداد فرزندان پسر بیشتر از دختران است؟

 $\frac{27}{32}$  (۴) $\frac{13}{16}$  (۳) $\frac{25}{32}$  (۲) $\frac{11}{16}$  (۱)

۱۲- فرید و فرهاد عضو تیم هشت نفره المپیک دانش‌آموزی برای اعزام به مسابقات هستند. امتیاز هیچ دو نفری از آن‌ها در آزمون تعیین سطح،

برابر نیست. اگر بدانیم امتیاز فرهاد از فرید بیشتر است، چقدر احتمال دارد فرهاد از نظر امتیاز نفر ششم باشد؟

 $\frac{3}{14}$  (۴) $\frac{5}{56}$  (۳) $\frac{1}{28}$  (۲) $\frac{1}{14}$  (۱)

۱۳- در پرتاب ۲ تاس سالم اگر مجموع برآمدها بزرگ‌تر از ۸ باشد، با چه احتمالی اختلاف برآمدها برابر ۲ است؟

 $\frac{1}{5}$  (۴) $\frac{2}{5}$  (۳) $\frac{3}{5}$  (۲) $\frac{4}{5}$  (۱)

۱۴- برای دو پیشامد  $A$  و  $B$  از فضای نمونه‌ای  $S$  داریم،  $P(A) = 0/3$ ،  $P(B|A) = 0/4$ ،  $P(B|A') = 0/3$ . حاصل  $P(A|B)$  کدام است؟

 $\frac{5}{22}$  (۴) $\frac{3}{11}$  (۳) $\frac{4}{11}$  (۲) $\frac{3}{22}$  (۱)

۱۵- جعبه‌ای محتوی ۱۰ مهره با شماره‌های ۱ تا ۱۰ است. سه مهره به تصادف، یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری از جعبه خارج می‌کنیم. با

کدام احتمال مهره اول عددی مربع کامل، مهره دوم عددی اول و مهره سوم عددی دورقمی است؟

 $\frac{4}{45}$  (۴) $\frac{1}{60}$  (۳) $\frac{2}{15}$  (۲) $\frac{1}{30}$  (۱)

۱۶- تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر عدد کوچک‌تر از ۵ بیاید، دو سکه می‌ریزیم و در غیر این صورت، سه سکه می‌ریزیم. احتمال این‌که دقیقاً یک

«رو» ظاهر شود، کدام است؟

 $\frac{7}{12}$  (۴) $\frac{5}{12}$  (۳) $\frac{11}{24}$  (۲) $\frac{7}{24}$  (۱)

۱۷- در یک همایش کارآفرینی دو گروه دانش‌آموزان و دانشجویان شرکت کرده‌اند، به طوری که تعداد دانشجویان سه برابر تعداد دانش‌آموزان

است. اگر ۳۰ درصد دانشجویان و ۴۰ درصد دانش‌آموزان موفق به کسب حدنصاب نمره در آزمون پایانی همایش شوند، چقدر احتمال دارد

شخصی که به تصادف از میان قبول‌شدگان آزمون انتخاب می‌شود، دانش‌آموز باشد؟

 $\frac{5}{13}$  (۴) $\frac{2}{13}$  (۳) $\frac{3}{13}$  (۲) $\frac{4}{13}$  (۱)

محل انجام محاسبات



۱۸- تاسی را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا سه بار عدد مربع کامل بیاید. با چه احتمالی در پنج پرتاب، این اتفاق رخ می‌دهد؟

$$\frac{1}{81} \text{ (۱)} \quad \frac{13}{27} \text{ (۲)} \quad \frac{14}{243} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{81} \text{ (۴)}$$

۱۹- برای دو پیشامد مستقل  $A$  و  $B$  داریم  $P(A-B) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ . مقدار  $P(A \cup B)$  کدام است؟

$$\frac{19}{24} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{11} \text{ (۲)} \quad \frac{5}{8} \text{ (۳)} \quad \frac{20}{33} \text{ (۴)}$$

۲۰- ۶۰ درصد کارمندان یک مؤسسه تحقیقاتی فناوری نانو مدرک دکترا دارند. اگر ۶ نفر به تصادف از میان کارمندان این مؤسسه انتخاب کنیم،

احتمال این‌که ۴ نفر آن‌ها مدرک دکترا داشته باشند چند برابر احتمال آن است که ۲ نفر آن‌ها دارای مدرک دکترا باشند؟

$$2/75 \text{ (۱)} \quad 2 \text{ (۲)} \quad 2/25 \text{ (۳)} \quad 2/5 \text{ (۴)}$$

### هندسه (۲)

۲۱- دایره  $C'(O', R')$  انتقال یافته دایره  $C(O, 10)$  با برداری افقی به طول ۱۴ است. بیشترین فاصله نقاط دو دایره، کدام است؟

$$34 \text{ (۱)} \quad 35 \text{ (۲)} \quad 33 \text{ (۳)} \quad 32 \text{ (۴)}$$

۲۲- کدام گزینه، همواره درست است؟

(۱) در دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه منفرجه، جهت شکل حفظ می‌شود.

(۲) در تجانس، پاره‌خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنند از مرکز تجانس به فاصله یکسان قرار دارند.

(۳) انتقال، دوران و تجانس هیچگاه نمی‌توانند تبدیلی همانی باشند.

(۴) در انتقال، پاره‌خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنند با بردار انتقال مساوی و موازی هستند.

۲۳-  $R$  یک دوران به مرکز نقطه ثابت  $O$  در صفحه و زاویه  $\theta$  است. اگر برای نقطه  $A$  در صفحه  $P$  داشته باشیم  $R(R(R(R(R(A)))))) = A$ ،

آن‌گاه چه تعداد از زوایای زیر می‌توانند زاویه  $\theta$  باشند؟

$$1 \text{ (۱)} \quad 2 \text{ (۲)} \quad 3 \text{ (۳)} \quad 4 \text{ (۴)}$$

الف)  $72^\circ$  (ب)  $9^\circ$  (پ)  $18^\circ$  (ت)  $288^\circ$  (ث)  $36^\circ$

۲۴- در مثلث  $MNP$  با زاویه  $M = 50^\circ$  ابتدا انتقال یافته ضلع  $NP$  را تحت بردار  $\frac{1}{3}\overline{NM}$  پاره‌خط  $AB$  نامیده، سپس  $AB$  را با بردار  $\overline{PM}$  انتقال

می‌دهیم تا پاره‌خط  $CD$  به دست آید. اندازه زاویه  $PBD$  کدام است؟

$$120^\circ \text{ (۱)} \quad 130^\circ \text{ (۲)} \quad 110^\circ \text{ (۳)} \quad 100^\circ \text{ (۴)}$$

۲۵- مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائمه ۵ و ۱۲ را به مرکز وسط وتر و زاویه قائمه در جهت عقربه‌های ساعت، دوران می‌دهیم. ناحیه مشترک بین

مثلث و تصویرش قطعاً چه نوع چهارضلعی است؟

$$1 \text{ (۱)} \text{ کایت} \quad 2 \text{ (۲)} \text{ چهارضلعی محیطی} \quad 3 \text{ (۳)} \text{ دوزنقه} \quad 4 \text{ (۴)} \text{ چهارضلعی محاطی}$$

۲۶- نقطه  $M$  به فاصله ۸ واحد از مرکز دایره  $C(O, 4)$  قرار دارد. اگر دایره  $C'$  مجانس دایره  $C$  به مرکز  $M$  و نسبت ۳ باشد، اندازه مماس

مشترک خارجی دو دایره  $C$  و  $C'$  چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

$$2 \text{ (۴)} \quad 4 \text{ (۳)} \quad 6 \text{ (۲)} \quad 8 \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات



۲۷- لوزی ABCD به قطرهای ۱۲ و ۱۶ مفروض است. اگر چهارضلعی  $A'B'C'D'$  مجانس لوزی ABCD به مرکز محل تلاقی قطرهای و نسبت  $\frac{3}{4}$

باشد، مساحت  $A'B'C'D'$  کدام است؟

- ۳۶ (۱)      ۷۲ (۲)      ۵۴ (۳)      ۱۰۸ (۴)

۲۸- نقاط M، N و P به ترتیب وسط اضلاع AB، AC و BC از مثلث ABC هستند. نسبت تجانس که MNP را به ABC تبدیل می‌کند، کدام است؟

- ۲ (۱)      -۲ (۲)      -۳ (۳)      ۳ (۴)

۲۹- نقاط M و  $M'$  به فاصله ۱۸ واحد از هم قرار دارند. نقطه A را به مرکز M و نسبت ۶ تجانس می‌دهیم تا نقطه B حاصل شود و سپس نقطه B

را به مرکز  $M'$  و نسبت  $\frac{1}{6}$  تجانس می‌دهیم تا نقطه C به دست آید. اندازه پاره خط AC کدام است؟

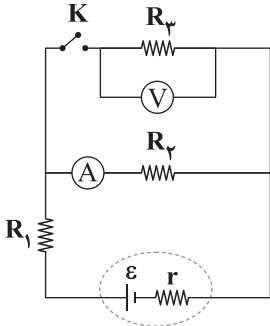
- ۱۵ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۰ (۳)      ۹ (۴)

۳۰- کدام تبدیل همانی نیست؟

- (۱) تجانس با نسبت ۱  
(۲) دوران با زاویه  $۳۶^\circ$   
(۳) تجانس با نسبت -۱  
(۴) انتقال با بردار صفر

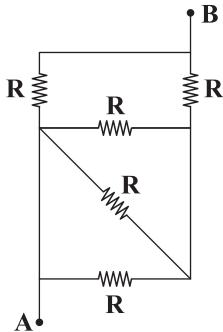


۳۱- در مدار شکل زیر با بستن کلید K، اعداد آمپرسنج و ولتسنج چگونه تغییر می‌کنند؟ (ولتسنج و آمپرسنج آرمانی هستند).



- (۱) افزایش - کاهش
- (۲) کاهش - افزایش
- (۳) کاهش - کاهش
- (۴) افزایش - افزایش

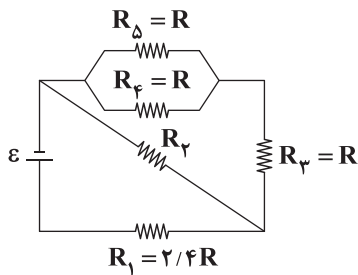
۳۲- در مدار شکل زیر، حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها  $240\text{ W}$  می‌باشد. حداکثر توان این مجموعه برای این‌که هیچ‌یک از



مقاومت‌ها آسیب نبینند، چند وات است؟

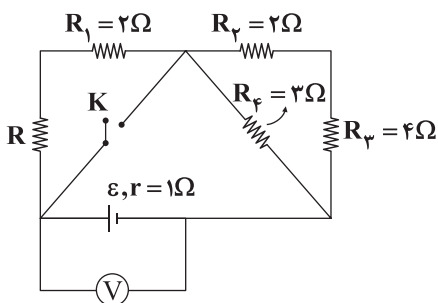
- (۱)  $420$
- (۲)  $460$
- (۳)  $480$
- (۴)  $240$

۳۳- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت  $R_1$  برابر توان مصرفی در مقاومت  $R_3$  باشد، مقاومت معادل مدار برابر چند  $R$  می‌شود؟



- (۱) ۱
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۳
- (۴) ۱/۵

۳۴- در مدار شکل زیر با بستن کلید K، عددی که ولتسنج نشان می‌دهد، ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. مقدار مقاومت  $R$  در کدام گزینه به درستی

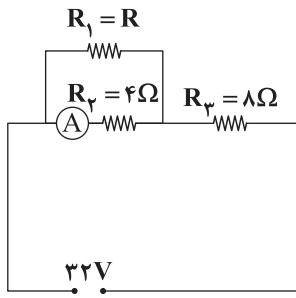


آمده است؟ (ولتسنج، آرمانی است).

- (۱) ۱
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۸



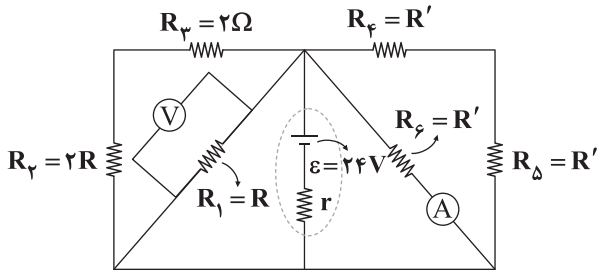
۳۵- در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج جریان ۲ آمپر را نشان دهد، انرژی مصرفی در مقاومت R در مدت زمان ۹۰ دقیقه چند کیلووات ساعت



است؟ (آمپرسنج را ایده آل در نظر بگیرید.)

- ۱۲ (۱)
- $12 \times 10^{-3}$  (۲)
- ۸ (۳)
- $8 \times 10^{-3}$  (۴)

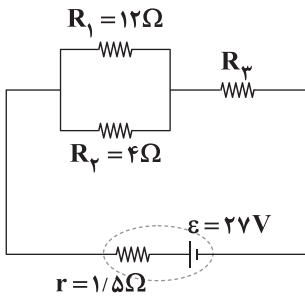
۳۶- در مدار شکل زیر، اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_p$  برابر با ۱ آمپر باشد و ولتسنج و آمپرسنج ایده آل به ترتیب اعداد ۱۰ ولت و ۱ آمپر را



نشان دهند، توان خروجی باتری برابر با چند وات است؟

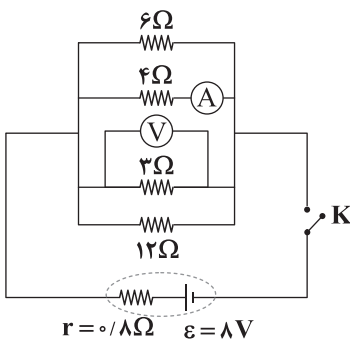
- ۱۰ (۱)
- ۵۰ (۲)
- ۱۵ (۳)
- ۲۵ (۴)

۳۷- در مدار شکل زیر اگر توان مصرفی مقاومت  $R_p$ ، ۲ برابر توان مصرفی مقاومت  $R_1$  باشد، توان تولیدی باتری چند وات است؟



- ۵۴ (۱)
- ۱۰۰ (۲)
- ۴۵ (۳)
- ۸۱ (۴)

۳۸- در مدار شکل زیر با بستن کلید K، اعدادی که ولتسنج و آمپرسنج ایده آل نشان می دهند، به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در

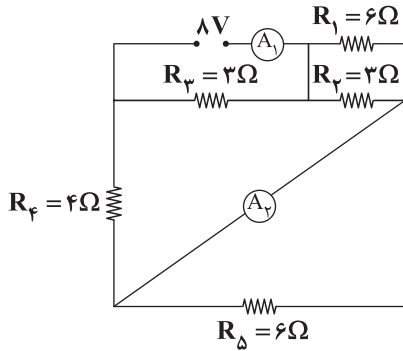


کدام گزینه به درستی آمده اند؟

- $1/2$  و  $4/8$  (۱)
- $1/6$  و  $4/2$  (۲)
- $1/2$  و  $4/2$  (۳)
- $1/6$  و  $4/8$  (۴)



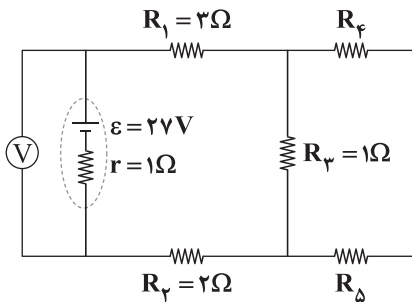
۳۹- در مدار شکل زیر، اعدادی که آمپرسنج‌های ایده‌آل  $A_1$  و  $A_2$  نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ برحسب آمپر در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  و ۲
- (۲)  $\frac{8}{3}$  و ۴
- (۳)  $\frac{4}{3}$  و ۴
- (۴)  $\frac{4}{3}$  و ۲

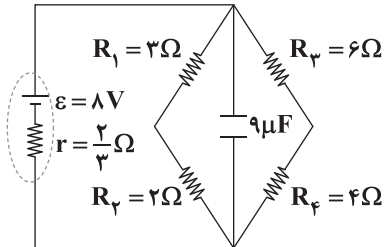
۴۰- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج عدد  $23V$  را نشان می‌دهد و توان مصرفی مقاومت  $R_4$  برابر ۲ وات است. اندازه مقاومت  $R_5$  چند اهم است؟ (ولت‌سنج را ایده‌آل در نظر بگیرید.)



(ولت‌سنج را ایده‌آل در نظر بگیرید.)

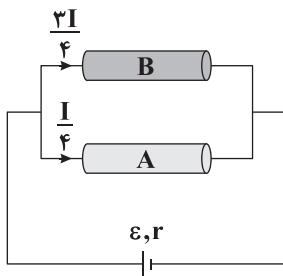
- (۱) ۳
- (۲) ۱
- (۳) ۰/۵
- (۴) ۲

۴۱- در مدار شکل زیر، خازن به طور کامل شارژ شده است. انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول است؟



- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۸۰
- (۳) ۲۰۰
- (۴) ۴۰۰

۴۲- مطابق شکل زیر، دو سیم رسانای فلزی با طول یکسان به باتری متصل هستند. اگر مقاومت ویژه سیم A، ۶ برابر مقاومت ویژه سیم B باشد، شعاع مقطع سیم B، چند برابر شعاع مقطع سیم A است؟



شعاع مقطع سیم B، چند برابر شعاع مقطع سیم A است؟

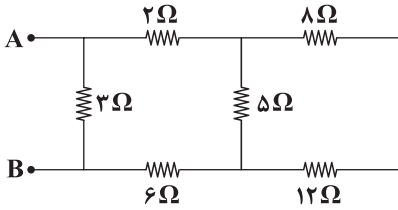
- (۱)  $\frac{1}{2}$
- (۲) ۲
- (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴)  $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



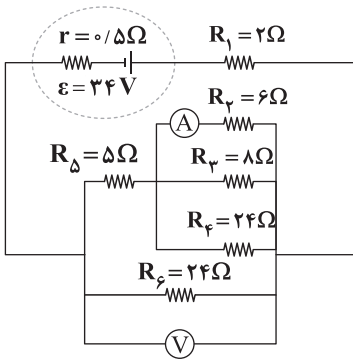


۴۳- در مدار شکل زیر، اگر از مقاومت ۸ اهمی جریان ۱ آمپر عبور کند، از مقاومت ۳ اهمی چه جریانی عبور می‌کند؟



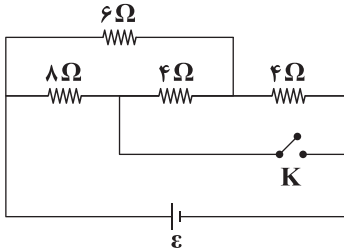
- (۱) ۸
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۸
- (۴) ۲۰

۴۴- در مدار شکل زیر، اعدادی که آمپرسنج و ولتسنج ایده‌آل نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



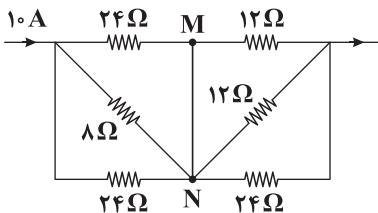
- (۱)  $\frac{3}{2}$  و ۲۴
- (۲)  $\frac{3}{8}$  و ۳۲
- (۳)  $\frac{3}{2}$  و ۲۴
- (۴)  $\frac{3}{8}$  و ۲۸

۴۵- در مدار شکل زیر با بستن کلید K، مقاومت معادل مدار چند اهم و چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) ۲ - کاهش
- (۲) ۴ - افزایش
- (۳) ۴ - کاهش
- (۴) ۲ - افزایش

۴۶- شکل زیر، قسمتی از مداری را نشان می‌دهد. جریان عبوری بین دو نقطه M و N، چند آمپر و در کدام جهت است؟

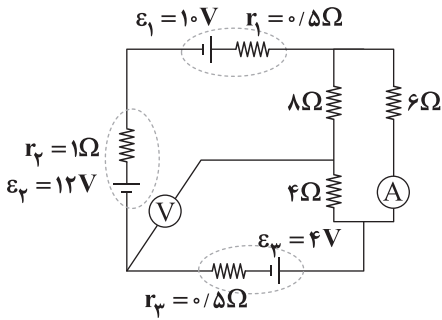


- (۱) M به N - ۴
- (۲) M به N - ۲
- (۳) N به M - ۴
- (۴) N به M - ۲

محل انجام محاسبات



۴۷- در مدار شکل زیر، اعدادی که ولتسنج و آمپرسنج ایده آل نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به



درستی آمده‌اند؟

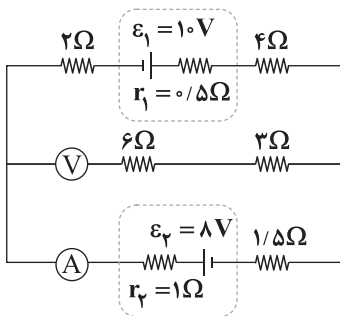
۱) ۷/۵ و ۲

۲) ۹/۵ و ۱

۳) ۹/۵ و ۲

۴) ۷/۵ و ۱

۴۸- در مدار شکل زیر، اعدادی که آمپرسنج و ولتسنج ایده آل نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به



درستی آمده‌اند؟

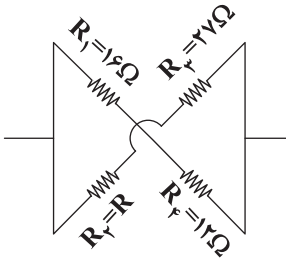
۱) ۱ و ۳

۲) ۲ و ۶/۵

۳) ۱ و ۶/۵

۴) ۲ و ۳

۴۹- شکل زیر قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم باشد تا توان مصرفی در مقاومت‌های  $R_p$  و  $R_q$  با هم برابر شوند؟



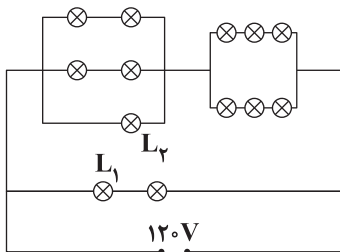
۱) ۱۰

۲) ۱۸

۳) ۱۵

۴) ۱۲

۵۰- در مدار شکل زیر، تمام لامپ‌ها مشابه و دارای مشخصات  $(۸۰W, ۲۴۰V)$  می‌باشند. توان مصرفی لامپ‌های  $L_1$  و  $L_2$  به ترتیب از راست به



چپ چند وات هستند؟

۱) ۲۰ و ۱/۲۵

۲) ۵ و ۱/۲۵

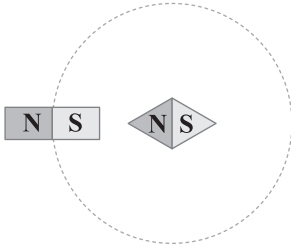
۳) ۵ و ۲/۵

۴) ۲۰ و ۲/۵

محل انجام محاسبات



۵۱- یک آهنربای میله‌ای و یک عقربه مغناطیسی، مطابق شکل زیر قرار دارند. آهنربای میله‌ای می‌تواند آزادانه و به آرامی حول محور قائم و در یک مسیر دایره‌ای شکل یک دور کامل به دور عقربه مغناطیسی بچرخد. در این حرکت، عقربه مغناطیسی چند درجه دوران می‌کند؟



(۱) ۱۸۰

(۲) ۳۶۰

(۳) ۹۰

(۴) ۷۲۰

۵۲- دو میله A و B را به یکدیگر نزدیک کرده‌ایم و شکل زیر یکی از خطوط میدان مغناطیسی میان آن‌ها را نشان می‌دهد. کدام گزینه در



ارتباط با این دو میله صحیح است؟

(۱) حتماً میله A آهنربا و میله B یک میله آهنی است.

(۲) حتماً هر دو میله آهنی هستند.

(۳) حتماً یکی از میله‌ها آهنربا است.

(۴) حتماً هر دو میله آهنربا هستند.

۵۳- ذره باردار با بار  $q = 2mC$  با سرعت  $\vec{v} = 3 \times 10^5 \vec{i} - 4 \times 10^5 \vec{j}$  (برحسب SI) وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به

بزرگی  $\vec{B} = -4 \times 10^{-2} \vec{i} + 3 \times 10^{-2} \vec{j}$  (برحسب SI) می‌شود. اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون

است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۳۲

(۲) ۱۸

(۱) ۵۰

۵۴- مطابق شکل مقابل، الکترونی با تندی  $4 \times 10^4 \frac{m}{s}$  به طور عمود وارد میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی

یکنواخت عمود برهم می‌شود. اگر اندازه میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  برابر با  $200G$  باشد، برای این‌که ذره بدون

انحراف از مسیر خود از فضای بین دو صفحه A و B خارج شود، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو

صفحه A و B،  $(V_A - V_B)$  باید چند ولت باشد؟ (از نیروی وزن ذره صرف‌نظر کنید.)

(۲) -۲۰

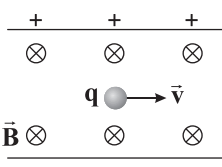
(۱) -۴۰

(۴) ۲۰

(۳) ۴۰

۵۵- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار  $q = -2\mu C$  و جرم  $1g$  و با تندی  $v = 2 \times 10^5 \frac{m}{s}$  به طور عمود وارد فضای بین میدان‌های

یکنواخت  $E = 8000 \frac{N}{C}$  و  $B = 5mT$  می‌شود. اندازه نیروی خالص وارد بر ذره در لحظه ورود به میدان‌ها چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ )

(۲)  $2 \times 10^{-3}$ 

(۱) صفر

(۴)  $4 \times 10^{-3}$ (۳)  $8 \times 10^{-3}$ 

محل انجام محاسبات



۵۶- در واکنش سوختن کامل گرافیت ..... واکنش تهیه آمونیاک به روش هابر، در مرحله ..... ، ..... (واکنش سوختن کامل گرافیت را یک واکنش دو مرحله‌ای در نظر بگیرید که در مرحله اول آن، کربن مونوکسید تشکیل می‌شود).

۱) همانند - اول - سطح انرژی مواد بالاتر می‌رود.

۲) برخلاف - اول - برخی پیوندها شکسته می‌شود.

۳) همانند - دوم - فرآورده‌ای پایدارتر از سایر شرکت‌کننده‌ها تشکیل می‌شود.

۴) برخلاف - دوم -  $|\Delta H|$  بیشتر از  $|\Delta H|$  در مرحله اول است.

۵۷- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با بنزوئیک اسید و ۲- هپتانون درست است؟ ( $O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$ )

• از سوختن کامل مول‌های برابر آن‌ها، مقدار مول کربن دی‌اکسید یکسانی به دست می‌آید.

• از سوختن کامل هر مقدار ۲- هپتانون، مقدار یکسانی  $CO_2$  و  $H_2O$  تولید می‌شود.

• در ۲- هپتانون برخلاف بنزوئیک اسید، همه اتم‌های H به اتم کربن متصل‌اند.

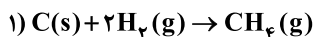
• نسبت شمار پیوندهای C—C در ۲- هپتانون به بنزوئیک اسید برابر ۱/۵ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

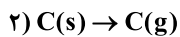
۵۸- مول‌های برابری از نخستین عضو خانواده کتون‌ها، الکل‌ها و اترها را به طور کامل سوزانده‌ایم. نسبت حجم کربن دی‌اکسید تولیدی به حجم بخار آب تولیدی کدام است؟

۰/۶ (۱) ۰/۸ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۹ (۴)

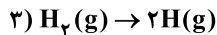
۵۹- با استفاده از داده‌های سه واکنش زیر، آنتالپی پیوند کربن - هیدروژن چند کیلوژول بر مول است؟



$$\Delta H = -74 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = +706 \text{ kJ}$$



$$\Delta H = +436 \text{ kJ}$$

۳۱۴ (۱) ۴۱۳ (۲) ۶۲۸ (۳) ۸۲۶ (۴)

۶۰- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با ترکیب مقابل درست است؟ ( $O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$ )

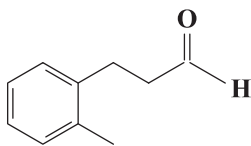
• هر مول از آن با سه مولکول هیدروژن به طور کامل واکنش می‌دهد.

• از سوختن کامل آن حجم کربن دی‌اکسید تولیدی دو برابر حجم بخار آب است.

• گروه عاملی موجود در آن با گروه عاملی یکی از ترکیب‌های آلی موجود در بادام یکسان است.

• نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن در آن مشابه همین نسبت در بنزن است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۶۱- در یک سلول سوختی از انرژی آزاد شده در واکنش  $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l) + 285 \text{ kJ}$  برای تولید انرژی الکتریکی استفاده می‌شود. اگر بازده این سلول ۶۰٪ باشد، چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی از واکنش ۵۶ مترمکعب گاز هیدروژن در شرایط STP با مقدار

کافی اکسیژن به دست می‌آید؟ ( $1 \text{ kW.h} = 3600 \text{ kJ}$ ) ( $H=1: g.mol^{-1}$ )

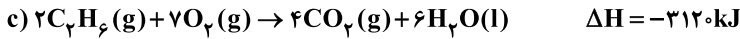
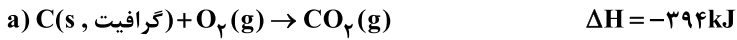
۲۹/۶۸۷ (۱) ۱۶۴/۹۴ (۲) ۵۹/۳۷۵ (۳) ۹۸/۹۶ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۲- با توجه به داده‌های زیر، گرمای آزادشده هنگام تشکیل یک گرم اتان از گرافیت و گاز هیدروژن چند کیلوژول

است؟ ( $C=12, H=1:g.mol^{-1}$ )



۵۹/۴ (۴)

۸۶ (۳)

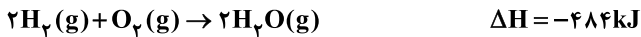
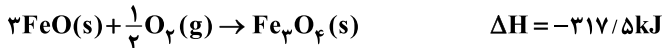
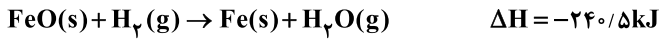
۱۹/۸ (۲)

۲/۸۷ (۱)

۶۳- با توجه به واکنش‌های زیر و مقدار  $\Delta H$  آن‌ها، اگر در واکنش  $3Fe(s) + 4H_2O(g) \rightarrow Fe_3O_4(s) + 4H_2(g)$  اختلاف جرم مواد

جامد برابر ۳۲ گرم باشد، چند کیلوژول گرما بین سامانه و محیط مبادله شده و علامت  $\Delta H$  واکنش به چه صورت

می‌باشد؟ ( $Fe=56, O=16, H=1:g.mol^{-1}$ )



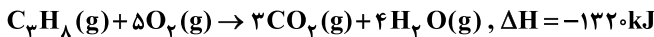
۳۲۳ - مثبت (۴)

۳۲۳ - منفی (۳)

۱۲۹۲ - منفی (۲)

۱۲۹۲ - مثبت (۱)

۶۴- اگر با گرمای حاصل از سوختن ۸ لیتر گاز پروپان با چگالی  $1/5 g.L^{-1}$ ، طبق واکنش:



بتوان دمای یک قطعه آلومینیم به جرم ۵ کیلوگرم را به اندازه  $40^\circ C$  افزایش داد، بازده واکنش سوختن پروپان چند درصد است؟

( $c_{Al} = 0.9 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ ,  $C=12, H=1:g.mol^{-1}$ )

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۶۵- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

• بیشترین ارزش سوختن در میان هیدروکربن‌ها متعلق به سبک‌ترین هیدروکربن سیرنشده است.

• گروه عاملی کربونیل ویژه ترکیباتی به نام آلدئیدهاست.

• تهیه هیدروژن پراکسید از واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن ممکن نیست.

• الکل‌ها و اترهای هم‌کربن ایزومر یکدیگرند ولی خواص شیمیایی متفاوتی دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۶- در دما و فشار اتاق، نیم مول از آلکانی برای رساندن دمای ۱۰ لیتر آب  $71^\circ C$  به دمای جوش به طور کامل می‌سوزد. اگر ۲۰٪ از گرمای

سوختن هدر رود، آنتالپی سوختن آلکان مورد نظر برحسب  $kJ.mol^{-1}$  کدام است؟ ( $C_{H_2O} = 4 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ )

-۱۸۱۲/۵ (۴)

-۳۶۲۵ (۳)

-۲۹۰۰ (۲)

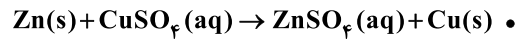
-۱۴۵۰ (۱)

محل انجام محاسبات



۶۷- استفاده از گرماسنج لیوانی برای تعیین  $\Delta H$  چه تعداد از واکنش‌های زیر مناسب نیست؟

- واکنش ترمیت
- زنگ‌زدن آهن
- سوختن ساده‌ترین الکل
- خنثی‌شدن اسید و باز

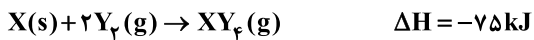


۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۸- میانگین آنتالپی پیوندهای کربن-کربن در بنزآلدئید نسبت به ۲- هیتانول ..... و میانگین آنتالپی پیوندهای کربن-اکسیژن بنزآلدئید از اتانول ..... است.

(۱) کم‌تر - کم‌تر (۲) کم‌تر - بیشتر (۳) بیشتر - کم‌تر (۴) بیشتر - بیشتر

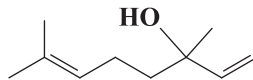
۶۹- با استفاده از داده‌های زیر، آنتالپی پیوند  $X-Y$  چند کیلوژول بر مول است؟



۳۷۳/۵ (۱) ۴۱۱ (۲) ۳۰۳ (۳) ۲۶۵/۵ (۴)

۷۰- ترکیب آلی که ساختار آن به صورت زیر است در کدام سبزی وجود دارد و اگر ۶/۱۶ گرم از آن در حالت گازی با مقدار کافی گاز هیدروژن

واکنش داده و به یک الکل سیرشده تبدیل شود، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )



پیوند	C=C	C-H	C-C	O-H	C-O	H-H
آنتالپی پیوند ( $\text{kJ.mol}^{-1}$ )	۶۱۵	۴۱۵	۳۵۰	۴۶۵	۳۸۰	۴۳۵

(۱) رازیانه، ۱۰/۴ (۲) گشنیز، ۱۰/۴ (۳) رازیانه، ۲۲/۸ (۴) گشنیز، ۲۲/۸

۷۱- جرم‌های یکسانی از پروپین و پروپانول را به طور کامل سوزانده‌ایم. مقدار گرمای آزادشده و حجم گازهای تولیدی در سوختن پروپین نسبت به

پروپانول به ترتیب ..... و ..... است. (فراورده‌های هر دو واکنش، گازی شکل هستند). ( $\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) کم‌تر - کم‌تر (۲) کم‌تر - بیشتر (۳) بیشتر - کم‌تر (۴) بیشتر - بیشتر

۷۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• ارزش سوختن به انرژی لازم برای سوختن کامل یک گرم ماده گفته می‌شود که با یکای  $\text{kJ.g}^{-1}$  گزارش می‌شود.

• از بین مواد غذایی مختلف تنها کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها در بدن به گلوکز شکسته می‌شوند.

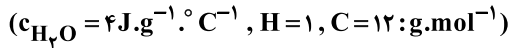
• مواد غذایی به طور عمده به شکل کربوهیدرات در بدن ذخیره می‌شوند.

• یک گرم سوخت سبز نسبت به یک گرم هیدروکربن هم کربنش،  $\text{CO}_2$  کم‌تری تولید می‌کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۷۳- از گرمای حاصل از سوختن ۳۵۵ g از یک آلکان راست‌زنجیر برای جوشاندن ۱۷۳L آب یک مخزن استفاده می‌شود. اگر دمای اولیه آب  $75^{\circ}\text{C}$  باشد و به‌ازای تولید هر مول کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن این آلکان  $692\text{kJ}$  گرما آزاد شود، آلکان مورد نظر کدام است؟



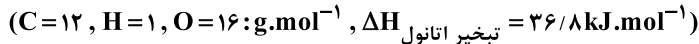
(۱) ۳- اتیل - ۲- متیل هگزان

(۲) ۲- دی‌متیل پنتان

(۳) ۳ و ۳- دی اتیل هگزان

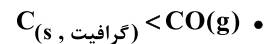
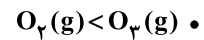
(۴) ۳- اتیل - ۳- متیل پنتان

۷۴- با گرمای حاصل از سوختن کامل  $1/25\text{g}$  از یک آلکین می‌توان  $75\text{g}$  اتانول را تبخیر کرد. اگر آنتالپی سوختن این آلکین برابر  $-1920\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$  باشد، در ساختار آن چند پیوند C—C وجود دارد؟



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۵- چه تعداد از مقایسه‌های زیر دربارهٔ پایداری مواد درست است؟



(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۶- افزایش دما سبب افزایش سرعت چه تعداد از واکنش‌های زیر می‌شود؟

• تجزیه هیدروژن پراکسید

• واکنش تولید آمونیاک از فرآیند هابر

• سوختن هیدروکربن‌های سیرنشده

• فتوسنتز

• اکسایش گلوکز

• فساد خوراکی‌ها

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۷۷- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) قرص جوشان در آب داغ سریع‌تر از آب سرد واکنش می‌دهد.

(۲) در دمای یکسان، شدت واکنش  $X_{11}$  با آب بیشتر از  $Y_{11}$  با آب است.

(۳) سینتیک شیمیایی علاوه بر شرایط چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی، عوامل مؤثر بر سرعت آن‌ها را هم بررسی می‌کند.

(۴)  $X_{11}$  همانند  $Y_{11}$  با آب سرد به کندی و با آب داغ به شدت واکنش می‌دهند.

۷۸- چه تعداد از مطالب زیر دربارهٔ واکنش  $2\text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$  نادرست است؟

• هیدروژن پراکسید در دمای اتاق تجزیه نمی‌شود.

• با افزودن چند گرم ید در دمای اتاق با سرعت چشم‌گیری تجزیه می‌شود.

• پایداری واکنش‌دهنده بیشتر از پایداری فرآورده‌هاست.

• با انجام آن در یک گرماسنج لیوانی می‌توان  $\Delta H$  واکنش را محاسبه کرد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۷۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- برای نگهداری طولانی تر مغز برخی خوراکیها آنها را به صورت گردی به نام قاووت درمی آورند.
- برای نگهداری طولانی تر برخی خوراکیها، آنها را با خالی کردن هوای درون ظرف، بسته بندی می کنند.
- روغن های مایع که در ظرف مات و کدر بسته بندی شده اند، زمان ماندگاری بیشتری دارند.
- حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی، سبب کاهش کیفیت آنها می شود.

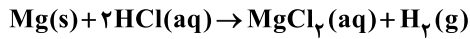
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۰- چه تعداد از موارد زیر سبب افزایش سرعت واکنش زیر می شود؟



• گرما دادن به مخلوط واکنش دهنده ها

• افزایش فشار

• استفاده از پودر منیزیم به جای براده های آن

• افزودن  $\text{NaOH(s)}$  به مخلوط واکنش دهنده ها

• دو برابر کردن حجم محلول اسید با غلظت ثابت

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۷

جمعه ۱۴۰۱/۱۲/۱۹



# آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسد را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه یازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک ۲	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی ۲	۳

# آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	حسابان ۱	سیروس نصیری - مهدی وارسته
	آمار و احتمال	رضا پورحسینی
	هندسه ۲	
فیزیک	بهزاد کاویانی	مروارید شاه‌حسینی علی رئوفی
شیمی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	ایمان زارعی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

## آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



## حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir)

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



$$g(x) = \cos x + \cos x = 2\cos x$$

۱ ۷

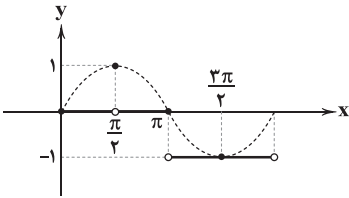
$$\Rightarrow f(g(x)) = 4\cos^2 x - 2\cos x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

در بازه  $[0, \pi]$  دارای دو جواب است.

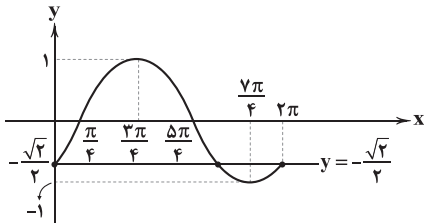
$$f(g(x)) = [\sin x]$$

۴ ۸



$$R_{f \circ g} = \{0, 1, -1\}$$

۳ ۹



در سه نقطه متقاطع هستند.

۱ ۱۰

محل برخورد خط با محور xها برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است.

$$f(x) = a \cos bx$$

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

چون از سمت صفر، صعود داریم، a منفی است.

$$f(x) = -2 \cos bx$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2 \Rightarrow -2 \cos \frac{2b\pi}{3} = -2 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a \times b = -6$$

۱۱ ۳ اگر فرزند اول و آخر پسر باشد، پنج فرزند دیگر

می‌توانند  $2^5 = 32$  حالت داشته باشند، پس فضای نمونه‌ای کاهش یافته برابر است با:

$$n(S) = 32$$

از طرفی اگر بخواهیم تعداد فرزندان پسر بیشتر از دخترها باشد باید از بین ۵ فرزند دیگر ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ پسر وجود داشته باشد و داریم:

$$n(A) = \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 10 + 5 + 1 = 26$$

و در نهایت، خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{26}{32} = \frac{13}{16}$$

## ریاضیات

۱ ۱

$$f(x) = y = \log_3(x^2 - 9x) \Rightarrow x^2 - 9x = 3^y$$

$$\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} = 3^y \Rightarrow \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 = 3^y + \frac{81}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(x - \frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{3^y + \frac{81}{4}} \Rightarrow x - \frac{9}{2} = \sqrt{3^y + \frac{81}{4}}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3^y + \frac{81}{4}} + \frac{9}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{3^x + \frac{81}{4}} + \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{81}{4}, b = \frac{9}{2} \Rightarrow a \times b = \frac{81}{4} \times \frac{9}{2} = \frac{729}{8}$$

۱ ۲

$$\log \frac{\sin 1^\circ \times \sin 5^\circ \times \sin 7^\circ}{\cos 8^\circ \times \cos 4^\circ \times \cos 2^\circ} = \log 1 = 0 \Rightarrow k = 0$$

۳ ۲ می‌دانیم:

$$n^2 + 4n + 4 < n^2 + 6n + 5 < n^2 + 6n + 9$$

$$\Rightarrow n + 2 < \sqrt{n^2 + 6n + 5} < n + 3 \Rightarrow [\sqrt{n^2 + 6n + 5}] = n + 2$$

$$\Rightarrow \log_{(n+2)}(n+2) = \frac{1}{3}$$

۴ ۴

$$\frac{\sin(6 \times 36^\circ + 55^\circ) + \cos(3 \times 36^\circ - 35^\circ)}{\tan(3 \times 36^\circ + 55^\circ)}$$

$$= \frac{\sin 55^\circ + \cos 35^\circ}{\tan 55^\circ} = \frac{2 \sin 55^\circ}{\tan 55^\circ}$$

$$\Rightarrow 2 \cos 55^\circ = k \Rightarrow 2 \sin 35^\circ = k \Rightarrow \sin 35^\circ = \frac{k}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 35^\circ = \frac{\sqrt{4 - k^2}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan 415^\circ = \tan(36^\circ + 90^\circ - 35^\circ) = \cot 35^\circ = \frac{\sqrt{4 - k^2}}{k}$$

۵ ۲

$$\frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - 3 \cos x} = 2 \Rightarrow \sin x + \cos x = 4 \sin x - 6 \cos x$$

$$\Rightarrow 3 \sin x = 7 \cos x \Rightarrow \tan x = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} \cot x = \frac{3}{7} \\ \cos x = \frac{3}{\sqrt{49+9}} \end{cases}$$

$$\frac{\cot x + \cot x}{-\cos x} = \frac{\frac{6}{7}}{-\frac{3}{\sqrt{58}}} = -\frac{2\sqrt{58}}{7}$$

۶ ۳

$$\tan A = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{6} + A\right)} = \cot\left(\frac{\pi}{6} + A\right) \Rightarrow A + \frac{\pi}{6} + A = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 2A = \frac{\pi}{3} \Rightarrow A = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 6A = \pi$$

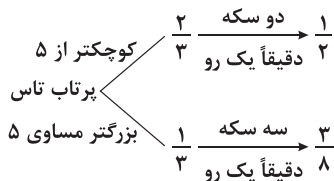


ریاضیات | ۵

$$P(\underbrace{\text{سومی دو رقمی}}_C \cap \underbrace{\text{دومی اول}}_B \cap \underbrace{\text{اولی مربع کامل}}_A) \\ = P(\text{مربع کامل}) \times P(\text{اول}) \times P(\text{دو رقمی}) = \frac{3}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{60}$$

۱۶ با توجه به قانون احتمال کل، نمودار درختی مسئله، به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \text{کوچک تر از ۵} \Rightarrow \text{پرتاب تاس} \\ & \{1, 2, 3, 4\}: P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ & \xrightarrow[\text{دقیقاً یک رو}]{\text{دو سکه}} \{PP, PR, RP, RR\}: P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ & \xrightarrow[\text{دقیقاً یک رو}]{\text{سه سکه}} \{5, 6\}: P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ & \{PPP, PPR, PRP, PRR, RRP, RRR, RPR, RPP\}: \frac{3}{8} \end{aligned}$$



و با توجه به فرمول احتمال کل، خواهیم داشت:

$$P(A) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{11}{24}$$

۱۷ از آن جایی که تعداد دانشجویان، سه برابر تعداد دانش آموزان است، پس احتمال انتخاب دانشجویان  $\frac{3}{4}$  و احتمال انتخاب دانش آموزان  $\frac{1}{4}$  است.

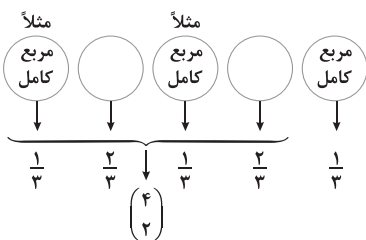
$$P(\text{قبولی} | \text{دانش آموز}) = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{40}{100}}{\frac{3}{4} \times \frac{30}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{40}{100}} = \frac{40}{90+40} = \frac{40}{130} = \frac{4}{13}$$

۱۸ در پرتاب یک تاس، احتمال ظاهر شدن عدد مربع کامل، برابر است با:

$$\{1, 4\}: P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

و طبیعتاً احتمال ظاهر شدن سایر برآمدها  $\frac{2}{3}$  است.

حال اگر بخواهیم تاس را آنقدر پرتاب کنیم که سه بار مربع کامل بیاید و این اتفاق در پنج بار پرتاب، رخ دهد یعنی بار پنجم مربع کامل آمده و در چهار پرتاب اول نیز، دو بار مربع کامل آمده است، پس داریم:



۲ بار از ۴ بار مربع کامل

و چون پرتابها مستقل از هم هستند، پس احتمال آن‌ها در هم ضرب می‌شود و داریم:

$$P(A) = \binom{4}{2} \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 6 \times \frac{1}{9} \times \frac{125}{216} = \frac{1}{81}$$

۱۲ پیشامدهای A و B را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

B: امتیاز فرهاد از فرید بیشتر است.

A: فرهاد از نظر امتیاز نفر ششم است.

$A \cap B$ : امتیاز فرهاد از فرید بیشتر است و فرهاد از نظر امتیاز نفر ششم در بین هشت نفر است.

$$P(B) = \frac{1}{7} \quad \text{بدیهی است که:}$$

برای محاسبه  $P(A \cap B)$  بایستی  $n(A \cap B)$  و  $n(S)$  محاسبه شوند:

$$n(S) = 8!$$

$$n(A \cap B): \text{○○○○○} \downarrow \text{○○○○} \Rightarrow \binom{2}{1} \times 1 \times 6! = 2 \times 6!$$

یکی از دو نفر، فرید است.

$$P(A \cap B) = \frac{2 \times 6!}{8!} = \frac{2 \times 6!}{8 \times 7 \times 6!} = \frac{1}{28}$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{28}}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{4}$$

۱۳ فضای نمونه‌ای کاهش یافته برای آن‌که مجموع دو تاس

بزرگ‌تر از ۸ باشد، عبارت است از:

$$S = \{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3)\}$$

$$\{(6, 4), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(S) = 10$$

پیشامد آن‌که اختلاف دو تاس برابر ۲ باشد، عبارت است از:

$$A = \{(4, 6), (6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad \text{بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:}$$

۱۴ با توجه به اطلاعات مسئله و فرمول احتمال شرطی، داریم:

$$P(B|A) = 0/4 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0/4$$

$$\xrightarrow{P(A)=0/3} P(A \cap B) = 0/12 \quad (1)$$

$$P(B|A') = 0/3 \Rightarrow \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = 0/3 \Rightarrow \frac{P(B-A)}{1-P(A)} = 0/3$$

$$\Rightarrow \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - 0/3} = 0/3 \xrightarrow{(1)} \frac{P(B) - 0/12}{0/7} = 0/3$$

$$\Rightarrow P(B) - 0/12 = 0/21 \Rightarrow P(B) = 0/33 \quad (2)$$

و در نهایت با استفاده از موارد (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0/12}{0/33} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}$$

۱۵ می‌دانیم اگر A، B و C پیشامدهای با احتمال ناصفر باشند،

طبق قانون ضرب احتمالات داریم:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|(A \cap B))$$

پس از آن جایی که خروج مهره‌ها بدون جایگذاری انجام می‌شود، با توجه به فرمول فوق، داریم:

۱	۱۰	۶
۲	۳	۷
۵	۴	۸
	۹	



۲۳ ۳ می‌دانیم در دوران به زوایای صفر و  $۳۶^\circ$ ، شکل روی خودش منطبق شود.

پس با توجه به رابطه  $A = R(R(R(R(R(A))))))$  واضح است که نقطه  $A$  پس از ۵ دوران به روی خودش منطبق شده است. پس علاوه بر زوایای صفر و  $۳۶^\circ$ ، زاویه  $۷۲^\circ$  نیز می‌تواند زاویه  $\theta$  باشد زیرا  $۳۶^\circ = ۵ \times ۷۲^\circ$ .

همچنین در مورد زاویه  $۲۸۸^\circ$  نیز می‌توان این چنین نوشت:

$$۵ \times ۲۸۸^\circ = ۱۴۴۰^\circ = ۴ \times ۳۶^\circ$$

یعنی پنج بار دوران  $۲۸۸^\circ$  گویی چهار بار دوران  $۳۶^\circ$  است.

و البته در مورد زاویه‌های  $۹^\circ$  و  $۱۸^\circ$ :

$$۵ \times ۹^\circ = ۴۵^\circ \neq ۳۶^\circ \quad k$$

$$۵ \times ۱۸^\circ = ۹۰^\circ \neq ۳۶^\circ \quad k$$

بنابراین زاویه  $\theta$  می‌تواند هر یک از سه زاویه  $۷۲^\circ$ ،  $۲۸۸^\circ$  و  $۳۶^\circ$  باشد.

۲۴ ۲ می‌دانیم برای انتقال دادن یک شکل، کافی است تصویر هر نقطه از شکل را به کمک بردار انتقال پیدا کنیم، به طوری که اگر  $A'$  تصویر  $A$  تحت بردار  $\vec{v}$  باشد، آن‌گاه:

پس بر اساس اطلاعات مسأله، انتقال‌های لازم را مطابق شکل انجام می‌دهیم.

حال از آن جایی که انتقال شیب خط را حفظ می‌کند، پس داریم:

$$NP \parallel AB \parallel CD$$

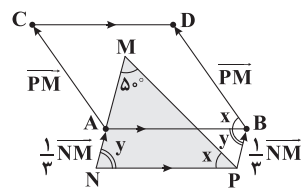
پس:

دو زاویه  $x$  با هم برابرند زیرا اضلاع آن‌ها نظیر به نظیر با هم موازیند.

همچنین دو زاویه  $y$  نیز با هم برابرند زیرا چهارضلعی  $ABPN$  متوازی‌الاضلاع است و زوایای مقابلش برابرند.

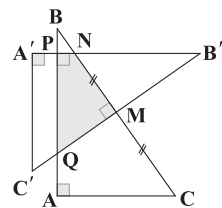
بنابراین، خواهیم داشت:

$$\hat{PBD} = x + y = ۱۸^\circ - \hat{M} = ۱۸^\circ - ۵^\circ = ۱۳^\circ$$



۲۵ ۴ می‌دانیم یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر زوایای مقابلش مکمل باشند.

همان‌گونه که مشاهده می‌کنید با توجه به تعریف دوران، دوران یافته مثلث را به مرکز  $M$  وسط  $BC$  و زاویه  $۹^\circ$  رسم کرده‌ایم.



واضح است که چهارضلعی  $MNPQ$  دو زاویه قائمه مقابل هم دارد پس زوایای مقابلش مکمل‌اند و قطعاً یک چهارضلعی محاطی است.

۱۹ ۴ از آن جایی که  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$  و  $P(A - B) = \frac{1}{3}$ ، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) - \frac{1}{8} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{11}{24}$$

از طرفی چون  $A$  و  $B$  مستقل از هم هستند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{11}{24} \times P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{3}{11}$$

و در نهایت به کمک فرمول  $P(A \cup B)$ ، خواهیم داشت:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{11}{24} + \frac{3}{11} - \frac{1}{8} = \frac{3}{11} + \frac{1}{3} = \frac{20}{33}$$

۲۰ ۳

می‌دانیم در حالت کلی  $n$  پیشامد  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  مستقل هستند، هرگاه اشتراک هر تعداد از این پیشامدها با حاصل ضرب احتمال آن‌ها برابر باشد. بنابراین با توجه به این مطلب و به کمک اطلاعات مسأله، اگر پیشامد  $A$  را دارا بودن مدرک دکترا در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A) = 0/6, P(A') = 0/4$$

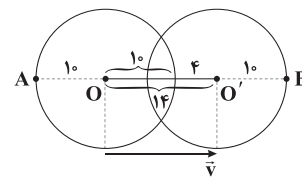
اینک با توجه به نکته، داریم:

احتمال این که ۴ نفر از ۶ نفر دکترا داشته باشند  
احتمال این که ۲ نفر از ۶ نفر دکترا داشته باشند

$$= \frac{\binom{6}{4} \times 0/6 \times 0/6 \times 0/6 \times 0/6 \times 0/4 \times 0/4}{\binom{6}{2} \times 0/6 \times 0/6 \times 0/4 \times 0/4 \times 0/4 \times 0/4} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} = 2/25$$

۲۱ ۱ می‌دانیم انتقال  $T$  تحت بردار  $\vec{v}$  تبدیلی از صفحه است که در

آن، تصویر هر نقطه از صفحه  $P$  نقطه‌ای مانند  $A'$  در همان صفحه است به طوری که  $\overline{AA'} = \vec{v}$ . پس با توجه به این تعریف، دایره  $C(O, 1)$  را با برداری افقی به طول ۱۴ انتقال می‌دهیم:



واضح است که بیشترین فاصله نقاط دو دایره، پاره خط  $AB$  است که طول آن برابر است با:

$$AB = AO + OO' + O'B = 10 + 14 + 10 = 34$$

۲۲ ۴ بررسی گزینه‌ها:

- دوران در حالت کلی جهت شکل را حفظ نمی‌کند پس گزینه (۱) نادرست است.
- در تجانس پاره‌خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرش وصل می‌کنند در مرکز تجانس هم‌رسانند پس گزینه (۲) نادرست است.
- انتقال با بردار صفر، دوران با زاویه صفر و تجانس با نسبت  $k=1$  همانی هستند پس گزینه (۳) نادرست است.
- اما مطلب ارائه شده در گزینه (۴) از ویژگی‌های انتقال بوده و همواره درست است.



۱ ۲۶

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{M'B}{M'C} = 6$$

عکس قضیه تالس  $\rightarrow AC \parallel MM'$

حال اگر در نظر بگیریم  $MA = x$  آن‌گاه  $MB = 6x$  و در نتیجه خواهیم داشت:

$$AB = 5x$$

و اینک به کمک قضیه تالس، داریم:

$$\frac{BA}{BM} = \frac{AC}{MM'} \Rightarrow \frac{5x}{6x} = \frac{AC}{18} \Rightarrow AC = 15$$

اولاً می‌دانیم تبدیل  $T$  همانی است هرگاه هر نقطه از صفحه را

به خود آن نقطه نظیر کند. به عبارت دیگر  $T$  همانی است اگر و فقط اگر به ازای هر نقطه  $A$  در صفحه داشته باشیم؛  $T(A) = A$  ثانیاً در میان چهار

تبدیل معروف، شرایط همانی بودن به صورت زیر است:

(۱) بازتاب هیچ‌گاه همانی نیست.

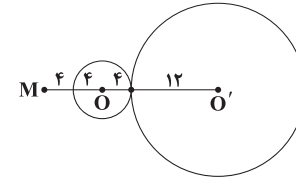
(۲) انتقال با بردار صفر، همانی است.

(۳) دوران با زاویه صفر یا  $360^\circ$  درجه همانی است.

(۴) تجانس با نسبت  $k=1$  همانی است.

با توجه به نکات، واضح است که تجانس با نسبت  $k=-1$  علی‌رغم طولیا بودن

اما همانی نیست زیرا تصویر بر شکل اولیه منطبق نمی‌شود.



$$MO' = 3 \times MO = 3 \times 8 = 24$$

$$R' = 3 \times R = 3 \times 4 = 12$$

اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره، برابر است با:

$$2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{4 \times 12} = 8\sqrt{3}$$

می‌دانیم تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k$ ، مساحت را با

نسبت  $k^2$  تغییر می‌دهد و داریم:

$$S_{A'B'C'D'} = k^2 \cdot S_{ABCD} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{9}{16} \times 6 \times 16 = 54$$

می‌دانیم در تجانس به مرکز نقطه ثابت  $O$  و نسبت  $k$ ، اگر  $A'$

تصویر نقطه  $A$  باشد، آن‌گاه:

$$(1) \quad OA' = |k| \cdot OA \quad (2) \quad A', A \text{ و } O \text{ روی یک خط هستند.}$$

$$(2) \quad \left. \begin{array}{l} A', A; k > 0 \text{ در یک طرف } O \text{ هستند. (تجانس مستقیم)} \\ A', A; k < 0 \text{ در طرفین } O \text{ هستند. (تجانس معکوس)} \end{array} \right\}$$

$$(3) \quad \left. \begin{array}{l} |k| < 1 \text{ ; همه ابعاد شکل کوچک تر می شوند. (تجانس انقباض)} \\ |k| > 1 \text{ ; همه ابعاد شکل بزرگ تر می شوند. (تجانس انبساط)} \end{array} \right\}$$

پس مطابق شکل، مثلث  $MNP$  مجانس مثلث  $ABC$  به مرکز محل هم‌مرسی

میان‌ها و نسبت  $\frac{1}{3}$  است، زیرا با توجه به ویژگی نقطه هم‌مرسی میان‌ها در

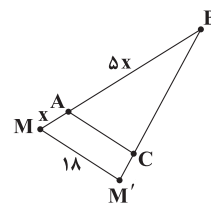
مثلث، داریم:

$$\begin{cases} GM = \frac{1}{3}GC \\ GN = \frac{1}{3}GB \\ GP = \frac{1}{3}GA \end{cases}$$

بنابراین مثلث  $ABC$  مجانس مثلث  $MNP$  به مرکز  $G$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  است.

به کمک تجانس و اطلاعات مسأله، شکل ساده‌ای از مسأله

رسم می‌کنیم و داریم:



$$MB = 6MA \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 6 \quad (1)$$

$$M'C = \frac{1}{6}M'B \Rightarrow \frac{M'B}{M'C} = 6 \quad (2)$$



## فیزیک

۳۱ | ۲

با بستن کلید K، مقاومت  $R_p$  به صورت موازی به مقاومت  $R_p$  اضافه می‌شود، بنابراین مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد،

در نتیجه طبق رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، جریان خروجی از باتری افزایش می‌یابد.

از مقاومت  $R_1$  نیز جریان اصلی مدار عبور می‌کند، بنابراین با کاهش جریان عبوری از مقاومت  $R_1$ ، طبق قانون اهم ( $R_1 = \frac{V_1}{I}$ )، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_1$  نیز کاهش می‌یابد.

با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر باتری ( $V = \varepsilon - Ir$ ) با افزایش جریان خروجی از باتری ( $I$ )، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد.

حال اگر مقاومت معادل مقاومت‌های  $R_p$  و  $R_p$  را  $R'$  در نظر بگیریم،  $R_1$  با متوالی است، بنابراین:

$$V = V_1 + V' \xrightarrow{\text{کاهش } V} \xrightarrow{\text{افزایش } V_1} \text{کاهش می‌یابد.}$$

در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت‌ها برابر هستند، یعنی  $V' = V_p$  داریم:

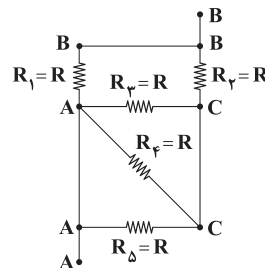
با توجه به این‌که ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت  $R_p$  را نشان می‌دهد، در حالت اول یعنی قبل از وصل کلید K عدد صفر را نشان داده و بعد از وصل کلید K و عبور جریان از مقاومت  $R_p$ ، عددی غیرصفر را نمایش می‌دهد، بنابراین عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت  $R_p$  را نشان می‌دهد، بنابراین با توجه به قانون اهم داریم:

$$R_p = \frac{V_p}{I_p} \xrightarrow{\text{کاهش } V_p} \xrightarrow{\text{ثابت } R_p} \text{کاهش می‌یابد.}$$

۳۲ | ۱

مقاومت معادل مدار برابر است با:



مقاومت‌های  $R_p$ ،  $R_p$  و  $R_5$  موازی هستند، در نتیجه:

مقاومت‌های  $R'$  و  $R_p$  متوالی هستند، در نتیجه:

$$R'' = R' + R_p = \frac{R}{3} + R = \frac{4}{3}R$$

مقاومت‌های  $R_1$  و  $R''$  موازی هستند، در نتیجه:

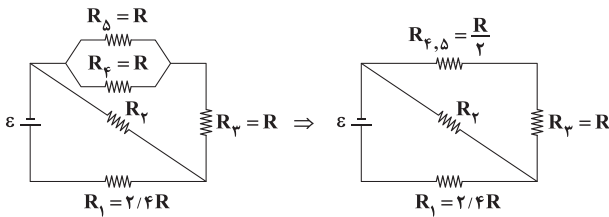
$$R_{eq} = \frac{R_1 \times R''}{R_1 + R''} = \frac{R \times \frac{4}{3}R}{R + \frac{4}{3}R} = \frac{R \times \frac{4}{3}R}{\frac{7}{3}R} = \frac{4}{7}R$$

با توجه به این‌که ولتاژ دوسر مقاومت  $R_1$  با ولتاژ کل مدار برابر است، بنابراین با توجه به رابطه توان داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{\text{ثابت } V} \frac{P_{کل}}{P_1} = \frac{R_1}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{P_{کل}}{240} = \frac{R}{\frac{4}{7}R} \Rightarrow P_{کل} = 420 \text{ W}$$

۳۳ | ۳

مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



می‌دانیم در مقاومت‌های متوالی، نسبت اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت‌ها برابر با نسبت مقاومت‌ها است، بنابراین اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_{۴,۵}$  را  $V$  در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{V_{۴,۵}}{V_3} = \frac{R_{۴,۵}}{R_3} \Rightarrow \frac{V}{V_3} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{V}{V_3} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_3 = 2V$$

مقاومت معادل مقاومت‌های  $R_{۴,۵}$  و  $R_3$  برابر با  $R_{۳,۴,۵}$  است و اختلاف

پتانسیل دوسر آن برابر است با:  $V_{۳,۴,۵} = V_{۴,۵} + V_3 = V + 2V = 3V$

مقاومت‌های  $R_p$  و  $R_{۳,۴,۵}$  موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت  $R_p$  نیز برابر  $3V$  است، در نتیجه با توجه به رابطه توان و اطلاعات داده‌شده

$$P_p = P_{۳} \Rightarrow \frac{V_p^2}{R_p} = \frac{V_3^2}{R_3} \Rightarrow \frac{9V^2}{R_p} = \frac{4V^2}{R} \Rightarrow R_p = \frac{9}{4}R$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{۳,۴,۵} = R_{۴,۵} + R_3 = \frac{R}{2} + R = \frac{3}{2}R$$

$$R_{۲,۳,۴,۵} = \frac{\frac{3}{2}R \times \frac{9}{4}R}{\frac{3}{2}R + \frac{9}{4}R} = \frac{\frac{3}{2}R \times \frac{9}{4}R}{\frac{15}{4}R} = \frac{3 \times 9 \times 4 \times R}{2 \times 4 \times 15} = \frac{9}{10}R = 0.9R$$

$$R_{eq} = 0.9R + 2/4R = 3/3R$$

۳۴ | ۱

با بستن کلید K، دوسر مقاومت‌های  $R_1$  و  $R$  اتصال کوتاه

شده و از مدار حذف می‌شوند، بنابراین مقاومت مدار در این حالت برابر است با:

$$R' = R_p + R_p = 2 + 4 = 6\Omega$$

$$R_{eq_2} = \frac{R' \times R_f}{R' + R_f} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega$$

با توجه به رابطه‌های زیر داریم:

$$\begin{cases} V = \varepsilon - Ir \\ I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow V = \varepsilon - r \left( \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \right) \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq} + r} \quad (*) \end{cases}$$

با بستن کلید K، اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲۰ درصد کاهش یافته است، بنابراین:

$$V_2 = V_1 - \frac{20}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{4}{5} V_1$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{R_{eq_2}}{R_{eq_2} + r} = \frac{4}{5} \times \frac{R_{eq_1}}{R_{eq_1} + r} \Rightarrow \frac{2}{2+1} = \frac{4}{5} \times \frac{R_{eq_1}}{R_{eq_1} + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{R_{eq_1}}{R_{eq_1} + 1} \Rightarrow \frac{10}{12} = \frac{R_{eq_1}}{R_{eq_1} + 1}$$

$$\Rightarrow 10 R_{eq_1} + 10 = 12 R_{eq_1} \Rightarrow R_{eq_1} = \frac{10}{2} = 5\Omega$$

از طرفی زمانی که کلید K باز است، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq_1} = 2 + 2 + R \Rightarrow 5 = 4 + R \Rightarrow R = 1\Omega$$





$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{12}{4} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3}I_2$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = \frac{1}{3}I_2 + I_2 = \frac{4}{3}I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{3}{4}I$$

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \xrightarrow{P=RI^2} \frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2} = 2 \Rightarrow \frac{R_2 I_2^2}{4 \times \frac{9}{16} I^2} = 2 \Rightarrow \frac{16 R_2}{4 \times 9} = 2$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{2 \times 4 \times 9}{16} \Rightarrow R_2 = 4.5 \Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} + 4.5 = 3 + 4.5 = 7.5 \Omega$$

در نتیجه جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{27}{7.5 + 1.5} = \frac{27}{9} = 3 \text{ A}$$

$$P = \varepsilon I \Rightarrow P = 27 \times 3 = 81 \text{ W}$$

توان تولیدی باتری برابر است با:

هر چهار مقاومت با هم موازی بسته شده اند، بنابراین مقاومت

۳۸

معادل مدار برابر است با:

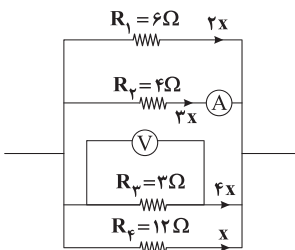
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{2+3+4+1}{12} = \frac{10}{12} \Rightarrow R_{eq} = 1.2 \Omega$$

بنابراین جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{1}{1.2 + 0.8} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ A}$$

در مقاومت های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود، بنابراین اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_4$  را برابر  $x$  در نظر بگیریم، آن گاه داریم:



$$I = x + 4x + 3x + 2x \Rightarrow 4 = 10x \Rightarrow x = 0.4 \text{ A}$$

آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت  $R_2$  را نشان می دهد، بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می دهد برابر  $1.2 \text{ A}$  است.

ولتسنج اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت  $R_3$  را نشان می دهد، بنابراین:

$$V_3 = I_3 R_3 \Rightarrow V_3 = 4 \times 0.4 \times 3 = 4.8 \text{ V}$$

آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت  $R_2$  را نشان می دهد، بنابراین:

$$V_2 = I_2 R_2 \Rightarrow V_2 = 2 \times 4 = 8 \text{ V}$$

مقاومت های  $R_1$  و  $R_2$  موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر مقاومت معادل آن ها ( $R'$ ) نیز برابر  $8 \text{ V}$  است، در نتیجه می توان گفت:

$$V = V' + V_3 \Rightarrow 32 = 8 + V_3 \Rightarrow V_3 = 24 \text{ V}$$

جریان عبوری از مقاومت  $R_3$  برابر است با:

$$R_3 = \frac{V_3}{I_3} \Rightarrow I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_1 + 2 = 3 \Rightarrow I_1 = 1 \text{ A}$$

بنابراین:

در نتیجه انرژی مصرفی در مقاومت  $R_1$  در مدت زمان  $1/5$  ساعت برابر است با:

$$U = Pt \xrightarrow{P=VI} U = VI t \Rightarrow U = 8 \times 10^{-3} \times 1 \times 1/5$$

$$\Rightarrow U = 1.2 \times 10^{-3} \text{ kWh}$$

مقاومت های  $R_2$  و  $R_3$  متوالی هستند، بنابراین جریان

عبوری از آن ها برابر است. از طرفی مقاومت معادل مقاومت های  $R_2$  و  $R_3$  با مقاومت  $R_4$  موازی هستند، بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر آن ها برابر است، در نتیجه داریم:

$$R_{2,3} = \frac{V_{2,3}}{I_{2,3}} \Rightarrow 2 + 2R = \frac{10}{1} \Rightarrow 2 + 2R = 10 \Rightarrow 2R = 8 \Rightarrow R = 4 \Omega$$

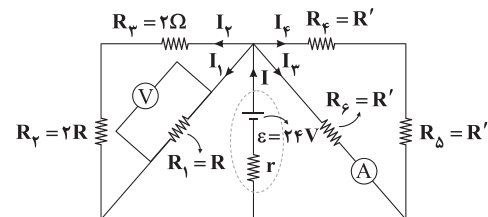
پس جریان عبوری از مقاومت  $R_1$  برابر است با:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{10}{4} = 2.5 \text{ A}$$

مقاومت های  $R_4$  و  $R_5$  متوالی هستند و مقاومت معادل آن ها برابر با  $2R'$  است. از طرفی مقاومت  $R_{4,5}$  با مقاومت  $R_6$  موازی است، بنابراین:

$$\frac{R_{4,5}}{R_6} = \frac{I_6}{I_{4,5}} \Rightarrow \frac{2R'}{R_6} = \frac{1}{I_6} \Rightarrow 2 = \frac{1}{I_6} \Rightarrow I_6 = 0.5 \text{ A}$$

بنابراین جریان خروجی از باتری برابر است با:

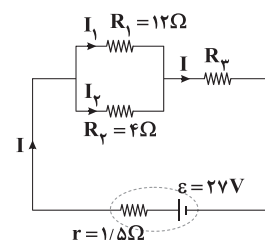


$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow I = 2/5 + 1 + 1 + 0.5 = 5 \text{ A}$$

باتری موازی با مقاومت  $R_1$  قرار دارد، بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر باتری نیز برابر  $10 \text{ V}$  است، در نتیجه توان خروجی از باتری برابر است با:

$$P_{\text{خروجی}} = VI \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 10 \times 5 = 50 \text{ W}$$

می دانیم جریان در مقاومت های موازی به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود، بنابراین:



۳ ۴۱ مقاومت معادل مدار را به دست می آوریم:

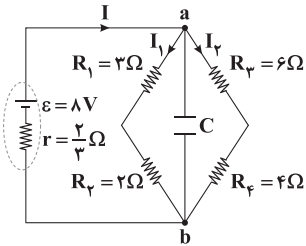
$$\begin{cases} R_{3,4} = R_3 + R_4 = 6 + 4 = 10 \Omega \\ R_{1,2} = R_1 + R_2 = 3 + 2 = 5 \Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{R_{3,4} \times R_{1,2}}{R_{3,4} + R_{1,2}} = \frac{10 \times 5}{10 + 5} = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \Omega$$

پس جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\lambda}{\frac{10}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{\lambda}{\frac{12}{3}} = \frac{\lambda}{4} = 2A$$

در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین:



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{3,4}}{R_{1,2}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{10}{5} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 2 \Rightarrow I_1 = 2I_2$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 2I_2 + I_2 \Rightarrow I = 3I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}A$$

بنابراین:

$$I_1 = 2I_2 = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}A$$

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه a و b برابر است با:

$$V_a - I_1 R_1 - I_1 R_3 = V_b \Rightarrow V_a - V_b = I_1 R_1 + I_1 R_3$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = \left(\frac{4}{3} \times 2\right) + \left(\frac{4}{3} \times 2\right)$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = \frac{12}{3} + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}V$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن نیز برابر با  $\frac{20}{3}$  ولت است، بنابراین انرژی

ذخیره‌شده در خازن برابر است با:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-6} \times \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-6} \times \frac{400}{9}$$

$$\Rightarrow U = 200 \times 10^{-6} J = 200 \mu J$$

**دقت کنید:** وقتی در شاخه‌ای از مدار، خازن شارژشده‌ای قرار دارد، از آن شاخه جریانی عبور نمی‌کند.

۳ ۴۲ می‌دانیم جریان در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس

مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{I_B}{I_A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{2}{4}I}{\frac{1}{4}I} = 2$$

۳ ۳۹ با توجه به این‌که آمپرسنج  $A_4$  ایده‌آل است، بنابراین مقاومت

آن صفر است، در نتیجه دوسر مقاومت  $R_4$  اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود، در نتیجه مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

$$R_{1,2,4} = 2 + 4 = 6 \Omega$$

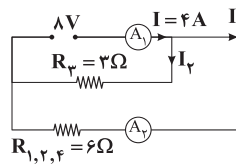
$$R_{eq} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega$$

بنابراین جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{\lambda}{2} = 4A$$

بنابراین آمپرسنج  $A_1$ ، ۴ آمپر را نشان می‌دهد.

در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین:



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_3}{R_{1,2,4}} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3}I_2$$

از طرفی داریم:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = \frac{1}{3}I_2 + I_2 = \frac{4}{3}I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{3}{4}I \Rightarrow I_2 = \frac{3}{4} \times 4 = 3A$$

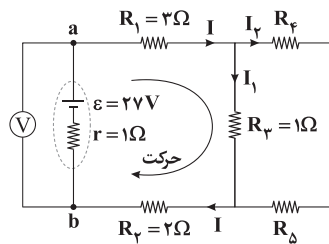
آمپرسنج جریان  $I_1$  را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$I_1 = \frac{1}{3}I_2 = \frac{1}{3} \times 3 = 1A$$

۲ ۴۰ ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 23 = 27 - I \times 1 \Rightarrow I = 27 - 23 = 4A$$

اختلاف پتانسیل بین دو نقطه a و b برابر است با:



$$V_a - IR_1 - I_1 R_3 - IR_2 = V_b \Rightarrow V_a - V_b = IR_1 + I_1 R_3 + IR_2$$

$$\Rightarrow V = IR_1 + I_1 R_3 + IR_2 \Rightarrow 23 = 4 \times 3 + (I_1 \times 1) + (4 \times 2)$$

$$\Rightarrow 23 = 12 + 8 + I_1 \Rightarrow I_1 = 3A$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow 4 = 3 + I_2 \Rightarrow I_2 = 1A$$

بنابراین:

مقاومت‌های  $R_4$  و  $R_5$  با هم متوالی هستند و مقاومت معادل آن‌ها، یعنی

مقاومت  $R_{4,5}$  با مقاومت  $R_3$  موازی است، بنابراین:

$$V_3 = V_{4,5} \xrightarrow{V=IR} I_1 R_3 = I_2 R_{4,5}$$

$$\Rightarrow 3 = 1 \times R_{4,5} \Rightarrow R_{4,5} = 3 \Omega \quad (1)$$

توان مصرفی مقاومت  $R_4$  برابر ۲W است، بنابراین:

$$P_4 = R_4 I_2^2 \Rightarrow 2 = R_4 \times 1^2 \Rightarrow R_4 = 2 \Omega \quad (2)$$

بنابراین:

$$R_{4,5} = R_4 + R_5 \xrightarrow{(1); (2)} 3 = 2 + R_5 \Rightarrow R_5 = 1 \Omega$$



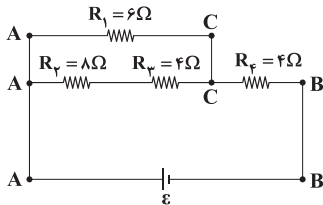
آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت  $R_p$  را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$I_p = 4y \Rightarrow I_p = 4 \times \frac{3}{\lambda} = \frac{3}{\lambda} A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_p$  را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$R_p = \frac{V}{I_p} \Rightarrow 24 = \frac{V}{1} \Rightarrow V = 24V$$

مقاومت معادل مدار قبل از بستن کلید K: **۳ ۴۵**

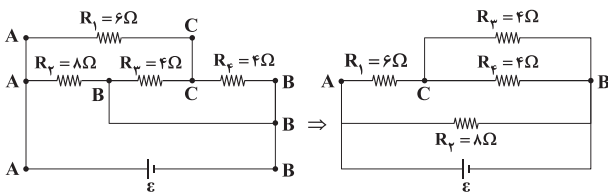


$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = 8 + 4 = 12\Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = \frac{6 \times 12}{18} = 4\Omega$$

$$R_{eq1} = R_{1,2,3} + R_4 = 4 + 4 = 8\Omega$$

مقاومت معادل مدار پس از بستن کلید K:



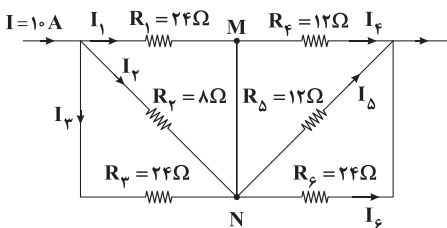
$$R_{3,4} = \frac{4}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = 2\Omega$$

$$R_{1,2,3} = R_1 + R_{3,4} = 6 + 2 = 8\Omega$$

$$R_{eq2} = \frac{R_{1,2,3} \times R_5}{R_{1,2,3} + R_5} = \frac{8 \times 8}{8 + 8} = 4\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار ۴ اهم کاهش می‌یابد.

جریان عبوری از هر مقاومت را مشخص می‌کنیم. **۲ ۴۶**



اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_1$  را  $x$  در نظر بگیریم، آن‌گاه جریان عبوری از

مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  به ترتیب  $3x$  و  $x$  می‌باشد، بنابراین:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow 10 = x + 3x + x \Rightarrow 10 = 5x$$

$$\Rightarrow x = 2A \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 2A \\ I_2 = 6A \\ I_3 = 2A \end{cases}$$

با توجه به رابطه مقاومت برحسب ویژگی‌های ساختمانی آن داریم:

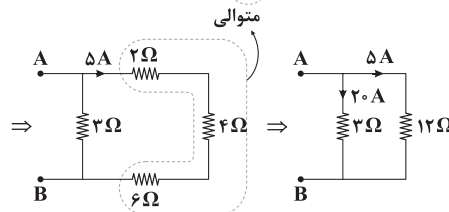
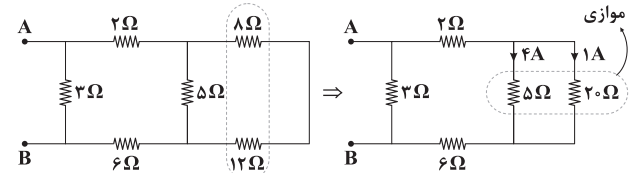
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow 3 = 6 \times 1 \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{1}{2}$$

$$A = \pi r^2 \rightarrow \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مدار را ساده می‌کنیم جریان عبوری از هر شاخه را **۴ ۴۳**

مشخص می‌کنیم:



بنابراین از مقاومت ۳ اهمی جریان  $20A$  عبور می‌کند.

ابتدا مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم. اگر مقاومت **۱ ۴۴**

معادل مقاومت‌های  $R_p$ ،  $R_3$  و  $R_4$  را  $R'$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = \frac{4+3+1}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow R' = 3\Omega$$

مقاومت‌های  $R'$  و  $R_5$  متوالی هستند، بنابراین:

$$R'' = R' + R_5 = 3 + 5 = 8\Omega$$

مقاومت‌های  $R''$  و  $R_6$  موازی هستند، بنابراین:

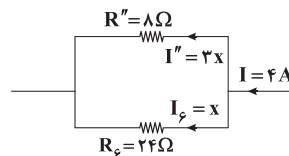
$$R''' = \frac{8 \times 24}{8 + 24} = \frac{8 \times 24}{32} = 6\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:  $R_{eq} = R''' + R_1 = 6 + 2 = 8\Omega$

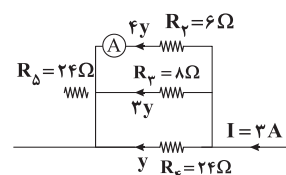
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{34}{8 + 0.5} = 4A$$

جریان خروجی از باتری برابر است با:

می‌شود، بنابراین:



$$I'' + I_1 = 4 \Rightarrow 3x + x = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1A$$



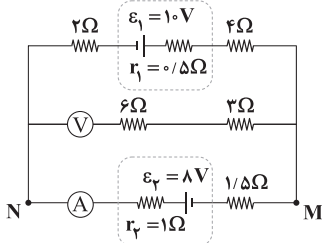
$$y + 3y + 4y = 3 \Rightarrow 8y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{8}A$$



جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow I = \frac{10 + 8}{7/5 + 0/5 + 1} = 2A$$

آمپرسنج جریان اصلی مدار، یعنی ۲A را نشان می‌دهد.



ولت‌سنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطه N و M را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$V_M - (2 \times 1/5) + 8 - (2 \times 1) = V_N \Rightarrow V_M - 3 + 8 - 2 = V_N \Rightarrow V_M - V_N = 3V$$

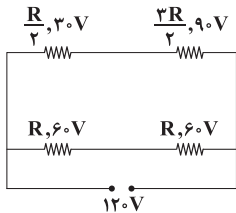
با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم: **۴۹**

$$P_r = P_f \Rightarrow R_r I'^2 = R_f I'^2 \Rightarrow 27 \times I'^2 = 12 \times I'^2 \Rightarrow \left(\frac{I'}{I}\right)^2 = \frac{27}{12} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{3}{2}$$

مقاومت‌های  $R_{1,4}$  و  $R_{2,3}$  با هم موازی هستند، بنابراین:

$$\frac{I'}{I} = \frac{R_{2,3}}{R_{1,4}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{R + 27}{16 + 12} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{R + 27}{28} \Rightarrow 84 = 2R + 54 \Rightarrow 2R = 30 \Rightarrow R = 15\Omega$$

مدار را ساده می‌کنیم: **۵۰**

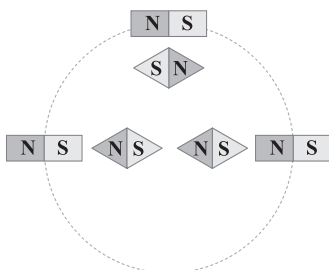


اختلاف پتانسیل دو سر لامپ  $L_1$  برابر با ۳۰ ولت و اختلاف پتانسیل دو سر لامپ  $L_2$  برابر ۶۰ ولت است، بنابراین با توجه به رابطه توان داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} \xrightarrow{\text{ثابت: } R} \frac{V^2}{P} = \frac{V'^2}{P'} \Rightarrow \left(\frac{V'}{V}\right)^2 = \frac{P'}{P}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{V_1}{V}\right)^2 = \frac{P_1}{P} \Rightarrow \left(\frac{60}{240}\right)^2 = \frac{P_1}{80} \Rightarrow P_1 = 5W \\ \left(\frac{V_2}{V}\right)^2 = \frac{P_2}{P} \Rightarrow \left(\frac{30}{240}\right)^2 = \frac{P_2}{80} \Rightarrow P_2 = 1/25 W \end{cases}$$

به شکل زیر توجه کنید: **۵۱**



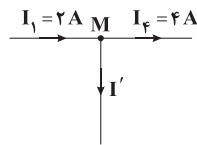
از شکل مشخص است که در هر نیم‌دور چرخش آهن‌ریا، عقربه ۳۶۰ درجه دوران می‌کند، بنابراین در یک چرخش کامل، عقربه ۷۲۰ درجه دوران می‌کند.

اگر جریان عبوری از مقاومت  $R_x$  را  $x$  در نظر بگیریم، آن‌گاه جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌های  $R_f$  و  $R_\Delta$  برابر  $2x$  می‌باشد، بنابراین:

$$I = I_f + I_\Delta + I_x \Rightarrow 10 = 2x + 2x + x \Rightarrow 5x = 10$$

$$\Rightarrow x = 2A \Rightarrow \begin{cases} I_f = 4A \\ I_\Delta = 4A \\ I_x = 2A \end{cases}$$

با توجه به گره‌های M و N و جریان‌های ورودی و خروجی از آن‌ها داریم:



بنابراین جریان در سیم MN برابر ۲A و جهت آن از N به M است.

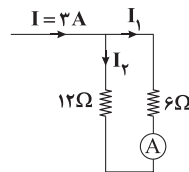
مقاومت معادل مدار برابر است با: **۴۷**

$$R_{eq} = \frac{(8+4) \times 6}{(8+4)+6} = \frac{12 \times 6}{18} = 4\Omega$$

جریان اصلی مدار برابر است با:

$$I = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \varepsilon_3}{R_{eq} + r_1 + r_2 + r_3} = \frac{(10 + 12) - 4}{4 + 0/5 + 1 + 0/5} = \frac{18}{6} = 3A$$

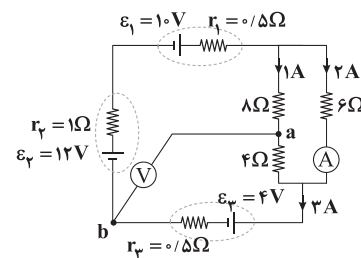
آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت ۶ اهمی را نشان می‌دهد، بنابراین:



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} I_1$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow 3 = I_1 + \frac{1}{2} I_1 \Rightarrow 3 = \frac{3}{2} I_1 \Rightarrow I_1 = 2A$$

بنابراین آمپرسنج ۲ آمپر را نشان می‌دهد.



اختلاف پتانسیل بین دو نقطه a و b برابر است با:

$$V_a - (1 \times 4) - 4 - (3 \times 0/5) = V_b \Rightarrow V_a - 4 - 4 - 1/5 = V_b \Rightarrow V_a - V_b = 9/5 V$$

پس ولت‌سنج ۹/۵ ولت را نشان می‌دهد.

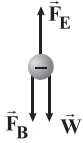
ولت‌سنج، ایده‌آل است، بنابراین مقاومت آن بی‌نهایت است، پس از شاخه‌ای که ولت‌سنج در آن قرار دارد، جریانی عبور نمی‌کند.

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = 4 + 1/5 + 2 = 7/5 \Omega$$



۵۵ ۴ ابتدا نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم:



حال اندازه هریک از نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_E = |q|E = 2 \times 10^{-6} \times 8000 = 16 \times 10^{-3} \text{ N} \\ F_B = |q|vB \sin \theta = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} \times 1 \\ \Rightarrow F_B = 20 \times 10^{-4} \text{ N} = 2 \times 10^{-3} \text{ N} \\ W = mg = 1 \times 10^{-3} \times 10 = 10 \times 10^{-3} \text{ N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_T = F_E - (F_B + W) = 16 \times 10^{-3} - (2 \times 10^{-3} + 10 \times 10^{-3})$$

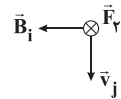
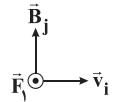
$$\Rightarrow F_T = 16 \times 10^{-3} - 12 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

۵۲ ۳ اگر یکی از دو میله آهنربا باشد، در دیگری خاصیت مغناطیسی القا می‌کند، به طوری که قطب‌های ناهمنام آن‌ها در مجاورت یکدیگر قرار می‌گیرند. در نتیجه خطوط میدان از یکی خارج و به دیگری وارد می‌شوند. اگر دو میله هر دو آهنربا باشند و قطب‌های ناهمنام آن‌ها در مجاورت یکدیگر قرار گیرند، باز هم خطوط میدان از یکی خارج و به دیگری وارد می‌شوند، ولی وجود خطوط میدان نشان می‌دهد که یکی از دو میله حتماً باید آهنربا باشد.

۵۳ ۴ با توجه به رابطه بزرگی نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی یکنواخت داریم:

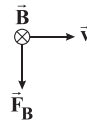
$$F = |q|vB \sin \theta \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_y = |q|v_y B_x \sin 90^\circ = 2 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-2} \times 1 = 18 \text{ N} \\ F_x = |q|v_x B_y \sin 90^\circ = 2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-2} = 32 \text{ N} \end{cases}$$



$$\Rightarrow F_T = F_x - F_y = 32 - 18 = 14 \text{ N}$$

۵۴ ۳ برای این‌که ذره منحرف نشود، باید برابری نیروهای وارد بر ذره صفر شود، از آن جایی که فقط میدان الکتریکی و مغناطیسی به ذره نیرو وارد می‌کنند، باید این نیروها هم‌اندازه و در خلاف جهت هم باشند. پس در ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر ذره از طرف میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم.



بنابراین نیروی الکتریکی باید به سمت بالا باشد و اندازه آن برابر است با:

$$F_E = F_B \Rightarrow |q|E = |q|vB \sin \theta \Rightarrow E = 4 \times 10^4 \times 200 \times 10^{-4} \times 1$$

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow \frac{|\Delta V|}{5 \times 10^{-2}} = 8000 \Rightarrow |\Delta V| = 40 \text{ V}$$

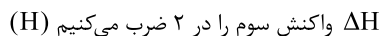
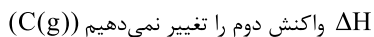
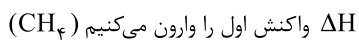
بار ذره منفی و جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن از طرف میدان به سمت بالا می‌باشد، بنابراین جهت میدان الکتریکی به سمت پایین می‌باشد، پس پتانسیل الکتریکی صفحه A بیشتر از پتانسیل الکتریکی صفحه B است، بنابراین:

$$V_A - V_B = 40 \text{ V}$$



۲ ۵۹

آنتالپی پیوند C—H از واکنش  $C(g) \rightarrow C(g) + 4H(g)$  و  $CH_4(g) \rightarrow C(g) + 4H(g)$  به دست می‌آید.  
پس:



$$\Delta H(\text{واکنش هدف}) = \Delta H'_1 + \Delta H_2 + \Delta H'_3$$

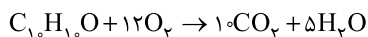
$$\Rightarrow (+74) + (+706) + (872) = +1652 \text{ kJ}$$

\*  $\Delta H$  این واکنش مربوط به شکستن ۴ پیوند C—H در مولکول متان است و ما انرژی لازم برای شکستن فقط یکی از این پیوندها را می‌خواهیم بدانیم. پس این مقدار را بر ۴ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{1652}{4} = 413 \text{ kJ}$$

\* یادآوری: آنتالپی پیوند همیشه یک مقدار مثبت است.

۳ ۶۰ فرمول ترکیب مورد نظر به صورت  $C_{10}H_{16}O$  است.



هر مول از آن با سه مول هیدروژن به طور کامل واکنش داده و به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.

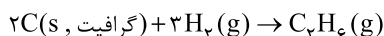
با توجه به یکسان بودن نسبت شمار اتم‌های C به H در این ترکیب و بنزن ( $C_6H_6$ ) نسبت درصد جرمی C به H نیز در هر دو آن‌ها برابر است.

۳ ۶۱

$$? \text{ KW.h} = 56 \text{ m}^3 H_2 \times \frac{1000 \text{ LH}_2}{1 \text{ m}^3 H_2} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22.4 \text{ LH}_2} \times \frac{285 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2}$$

$$\times \frac{60}{100} \times \frac{1 \text{ KW.h}}{3600 \text{ kJ}} = 59.375$$

۱ ۶۲ واکنش تشکیل ۱ مول اتان به صورت زیر است:



برای رسیدن به معادله واکنش فوق باید تغییرات زیر را روی معادله واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

«واکنش a در ۲ ضرب - واکنش b در ۳ ضرب - واکنش c وارون تقسیم بر ۲»

$$2\Delta H_a + 3\Delta H_b - \frac{\Delta H_c}{2}$$

$$\Rightarrow 2(-394) + 3(-286) - \left(\frac{-312}{2}\right) = -86 \text{ kJ}$$

برای محاسبه گرمای آزاد شده به ازای تشکیل یک گرم اتان، باید گرمای آزاد شده به هنگام تشکیل یک مول متان را بر جرم مولی آن تقسیم کنیم:

$$\frac{|-86 \text{ kJ}|}{30} = 2.87 \text{ kJ}$$

۴ ۶۳

$\Delta H$  واکنش اول را معکوس و در ۳ ضرب می‌کنیم (Fe)

$\Delta H$  واکنش دوم را تغییر نمی‌دهیم ( $Fe_3O_4$ )

$\Delta H$  واکنش سوم را معکوس و در  $\frac{1}{2}$  ضرب می‌کنیم ( $H_2O$ )

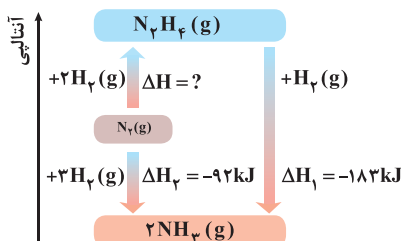
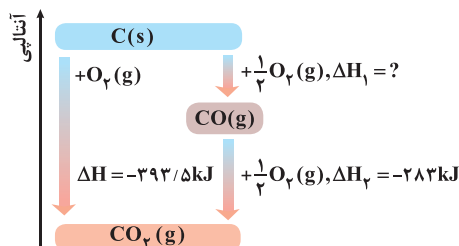
شیمی

۳ ۵۶ بررسی سایر گزینه‌ها:

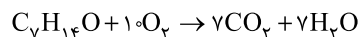
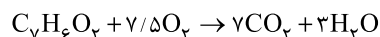
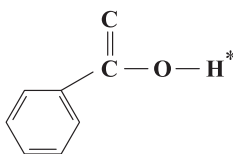
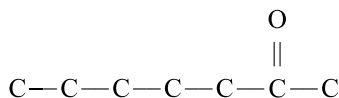
(۱) در مرحله اول واکنش تهیه آمونیاک برخلاف مرحله اول واکنش سوختن کامل گرافیت، سطح انرژی مواد بالاتر می‌رود.

(۲) در مرحله اول هر دو واکنش برخی پیوندها شکسته و برخی دیگر تشکیل می‌شوند.

(۴) در هر دو واکنش  $|\Delta H|$  در مرحله دوم بیشتر از مرحله اول است.



۴ ۵۷ همه عبارتهای داده شده درست‌اند.

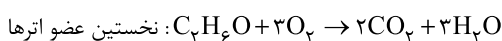
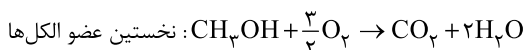
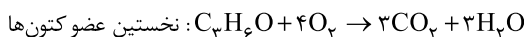


در ساختار ۲- هپتانون ۶ پیوند C—C و در ساختار بنزوئیک اسید ۴

پیوند C—C وجود دارد. ( $\frac{6}{4} = 1.5$ )

۳ ۵۸ فرض می‌کنیم یک مول از هر یک از ترکیبات مورد نظر را

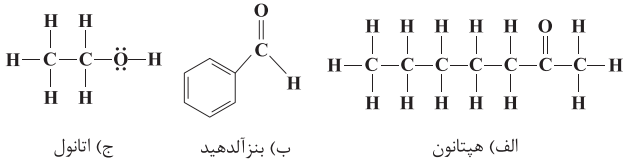
سوزانده‌ایم:



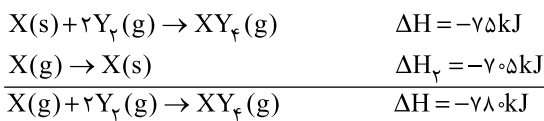
$$\frac{CO_2}{H_2O} = \frac{7+1+2}{3+2+3} = \frac{6}{8} = 0.75$$



۶۸ ۴ با توجه به ساختار مولکول‌های مورد نظر و با توجه به این‌که در بنزآلدهید برخلاف ۲- هپتانون ۳ تا از پیوندهای کربن-کربن دوگانه هستند در حالی‌که در ۲- هپتانون همه پیوندهای کربن-کربن یگانه‌اند، میانگین آنتالپی پیوندهای کربن-کربن در بنزآلدهید از ۲- هپتانون بیشتر است. هم‌چنین با توجه به این‌که در بنزآلدهید پیوند کربن-اکسیژن دوگانه و در اتانول پیوند کربن-اکسیژن یگانه است، آنتالپی پیوند کربن-اکسیژن در بنزآلدهید بیشتر از اتانول است.



۶۹ ۲



$$-78 = 2(Y - Y) - 4(X - Y) \Rightarrow (X - Y) = \frac{1}{4}(+78 + 2 \times 432) = 41 \text{ kJ}$$

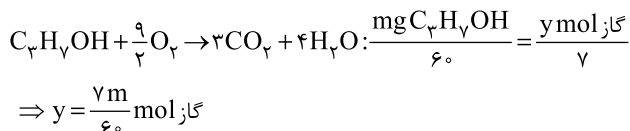
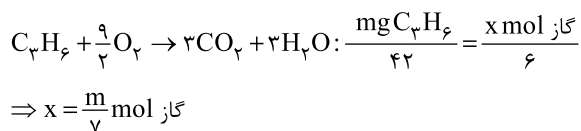
۷۰ ۲ ترکیب آلی داده شده که گروه عاملی الکلی دارد و فرمول مولکولی آن به صورت  $C_{10}H_{18}O$  است در گشیش وجود دارد.

هر مولکول از این ترکیب دارای ۲ پیوند دوگانه کربن-کربن ( $C=C$ ) است که در اثر واکنش با ۲ مول گاز هیدروژن، به پیوندهای یگانه کربن-هیدروژن ( $C-H$ ) و کربن-کربن ( $C-C$ ) تبدیل می‌شود. سایر پیوندها دست نخورده باقی می‌مانند. در صورتی‌که یک مول از این ترکیب با هیدروژن کافی واکنش دهد،  $\Delta H$  واکنش برابر است با:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{واکنش}} &= [2\Delta H(C=C) + 2\Delta H(H-H)] \\ &\quad - [2\Delta H(C-C) + 4\Delta H(C-H)] \\ \Delta H_{\text{واکنش}} &= [2(615) + 2(435)] - [2(350) + 4(415)] = -260 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$? \text{ kJ} = 6/16 \text{ g } C_{10}H_{18}O \times \frac{1 \text{ mol } C_{10}H_{18}O}{154 \text{ g } C_{10}H_{18}O} \times \frac{360 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_{10}H_{18}O} = 10/4 \text{ kJ}$$

۷۱ ۴ فرض کنیم  $m$  گرم پروپین و  $m$  گرم پروپانول را به طور کامل سوزانده‌ایم:



$$\frac{7m}{60} < \frac{m}{6}$$

ارزش سوختن پروپین از پروپانول بیشتر است در نتیجه بر اثر سوختن کامل جرم‌های برابر آن‌ها، از سوختن پروپین گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

حال  $\Delta H$  های تغییر داده شده را با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$\Delta H(\text{واکنش هدف}) = \Delta H'_1 + \Delta H_2 + \Delta H'_3 = 721/5 - 317/5 + 242 = +646$$

این واکنش گرماگیر بوده و  $\Delta H$  آن مثبت است.

برای به دست آوردن مقدار گرمای مبادله شده طبق تناسب‌های زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{اختلاف جرم مواد جامد}}{1 \times Fe_2O_3 - 3 \times Fe} = \frac{Q}{|\Delta H|} = \frac{32}{1 \times 232 - 3 \times 56} = \frac{32}{64} = \frac{323}{646}$$

۶۴ ۱ ابتدا از رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  مقدار گرمای آزاد شده از سوختن

نمونه پروپان که صرف افزایش دمای آلومینیم شده است را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 5 \times 0.9 \times 40 = 180 \text{ kJ}$$

حال از ۲ کسر تناسب زیر برای حل ادامه سؤال استفاده می‌کنیم. دقت کنید

که چون پروپان واکنش‌دهنده است همواره بازده واکنش را به صورت  $\frac{R}{100}$  در صورت کسر متناسب مربوط به آن می‌نویسیم:

$$\frac{d \times V \times \frac{R}{100}}{|\Delta H|} = \frac{Q}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\frac{1/5 \times 18 \times \frac{R}{100}}{1 \times 44} = \frac{180}{132} \Rightarrow R = 50$$

۶۵ ۳ فقط عبارت سوم درست است.

### بررسی عبارتهای نادرست:

عبارت اول: بیشترین ارزش سوختی در بین هیدروکربن‌ها متعلق به متان ( $CH_4$ ) است و در حالی‌که سبک‌ترین هیدروکربن سیرنشده اتیلن ( $C_2H_4$ ) می‌باشد.

عبارت دوم: گروه عاملی کربونیل ویژه آلدهیدها نیست و در کتون‌ها نیز دیده می‌شود. عبارت چهارم: الکل‌ها و اترهای هم‌کربن به شرط برابر بودن اتم‌های O و Hشان ایزومرد.

۶۶ ۲

$$\frac{\text{mol بازده واکنش} \times \text{آلکان}}{100} = \frac{m \times c \times \Delta\theta}{|\Delta H|}$$

$$\Rightarrow \frac{0/5 \times 80}{100} = \frac{10 \times 4 \times (100 - 71)}{|\Delta H|} = |\Delta H| = 2900 = -2900 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

آنتالپی سوختن مقداری منفی است.

۶۷ ۳ گرمای واکنش‌هایی که در فاز محلول صورت می‌گیرند با

استفاده از گرماسنج لیوانی محاسبه می‌کنیم. مانند واکنش‌های خنثی شدن اسید و باز و یا واکنش تیغه روی با محلول مس (II) سولفات واکنش ترمیت در محیط خشک صورت می‌گیرد و گرمای بسیار زیادی تولید می‌کند. زنگ زدن آهن واکنشی بسیار کند است که محاسبه گرمای واکنش آن با گرماسنج غیرممکن است.

واکنش‌هایی که دارای شرکت‌کننده گازی شکل هستند. به دلیل خروج گاز از محیط سامانه برای محاسبه  $\Delta H$  در گرماسنج لیوانی مناسب نیستند.



۷۹ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

عبارت اول: قاووت گردی مغذی است که زودتر از مغز خوراکی‌ها فاسد می‌شود.  
عبارت چهارم: حذف اکسیژن از محیط نگهداری مواد غذایی سبب افزایش  
زمان ماندگاری و بهبود کیفیت آن‌ها خواهد شد.

۸۰ ۲ • افزایش دما (گرما دادن) سبب افزایش سرعت همهٔ  
واکنش‌های شیمیایی می‌شود.

• افزایش فشار فقط بر روی واکنش‌هایی مؤثر است که حداقل یک  
واکنش‌دهنده گازی دارند.

• استفاده از پودر منیزیم به جای براده آن، سبب بیشتر شدن سطح تماس  
واکنش‌دهنده‌ها شده و احتمال برخورد آن‌ها با هم را افزایش می‌دهد.

• افزودن سدیم هیدروکسید (باز) به مخلوط واکنش‌دهنده سبب مصرف  
اسید  $HCl(aq)$  و کاهش غلظت آن و در نتیجه کاهش سرعت واکنش می‌شود.

• افزایش حجم بدون تغییر در غلظت محلول سبب افزایش سرعت واکنش نمی‌شود.

۷۲ ۱ فقط عبارت آخر درست است.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

عبارت اول: ارزش سوختن  $(kJ.g^{-1})$  انرژی آزادشده برابر سوختن کامل یک  
گرم ماده است.

عبارت دوم: از بین مواد غذایی مختلف تنها کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز  
شکسته می‌شوند.

عبارت سوم: مواد غذایی در بدن به طور عمده به شکل چربی ذخیره می‌شوند.

۷۳ ۳ گرمای لازم برای به جوش آوردن  $173L (173kg)$  آب برابر

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 173 \times 4 \times 25 = 17300 \text{ kJ}$$

است یا:

از سوختن یک مول آلکان زنجیری با  $n$  کربن،  $n$  مول کربن دی‌اکسید تولید  
می‌شود. به عبارتی گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از این آلکان برابر است با:

$$692n \text{ kJ}$$

$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{Q}{\Delta H} = \frac{355g}{14n+2} = \frac{17300}{692n} = n = 10$$

آلکان مورد نظر  $10$  کربنه است  $\Leftarrow 3$  و  $3$  - دی‌اتیل هگزان

۷۴ ۱ ابتدا گرمای گرفته شده توسط  $75g$  اتانول برای فرایند تبخیر

را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{75g C_2H_5OH}{46} = \frac{x \text{ kJ}}{36/8} \Rightarrow x = 60 \text{ kJ}$$

سپس همین مقدار گرما را برابر گرمای آزادشده ضمن سوختن کامل  $1/25g$   
آلکین مورد نظر  $(C_nH_{2n-2})$  قرار می‌دهیم تا شمار کربن‌های آن را به  
دست آوریم:

$$\frac{1/25g C_nH_{2n-2}}{14n-2} = \frac{60 \text{ kJ}}{|-1920|} \Rightarrow n = 3$$

آلکین با  $3$  کربن  $(C_3H_4)$  دارای یک پیوند  $C \equiv C$  و یک پیوند  $C - C$  است.

۷۵ ۴ اکسیژن از اوزون پایدارتر است. سایر موارد درست مقایسه شده‌اند.

۷۶ ۴ افزایش دما سبب افزایش سرعت همهٔ واکنش‌های شیمیایی

(گرماگیر و گرماده) می‌شود.

۷۷ ۴ فلزات قلیایی هم با آب سرد و هم با آب داغ به شدت

واکنش می‌دهند.

۷۸ ۴ همهٔ عبارت‌های داده شده دربارهٔ واکنش مورد نظر نادرست است.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

عبارت اول و دوم: هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه می‌شود در  
حالی‌که افزودن دو قطره پتاسیم پدید، سرعت واکنش را به طور چشم‌گیری  
افزایش می‌دهد.

عبارت سوم: تجزیهٔ هیدروژن پراکسید یک واکنش گرماده است و در آن  
پایداری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده بیشتر است.

عبارت چهارم: به دلیل تولید گاز در این واکنش و خروج گاز از درون گرماسنج  
لیوانی، نمی‌توان  $\Delta H$  این واکنش را درون گرماسنج لیوانی محاسبه کرد.